METROPOL YAYINLARI / METROPOL PUBLICATIONS

Adres / Address: Mebusevleri Mah. İller Cad. No:4 Tandoğan Çankaya Ankara - Türkiye

Tel / Phone: +90 312 231 44 99

Faks / Fax: +90 312 231 98 28

Online Satış / Online Sale:

Web: www.metropolyayinlari.com

Email: info@metropolyayinlari.com

Dizgi ve Grafik Tasarım: Metropol Yayınları Dizgi ve Grafik Tasarım Departmanı

Typesetting and Graphic Design: Metropol Publications Typesetting and Graphic Design Department

ISBN: 978 – 605 – 9463 – 09 – 6

Matbaa / Printing House: Sözkesen Matbaacılık Ankara - Türkiye

Tel / Phone: +90 312 395 21 10

Web: www.sozkesenmatbaacilik.com

METROPOL KURSLARI / METROPOL COURSES

Web: www.metropolkurslari.com

Email: info@metropolkurslari.com

METROPOL EĞİTİM KURUMLARI / METROPOL EDUCATIONAL INSTITUTIONS

Web: www.metropolegitimkurumlari.com

Email: info@metropolegitimkurumlari.com

ÖNSÖZ

Değerli öğrenciler,

Metropol Eğitim Kurumları, 1995'den bugüne YÖS, SAT ve TÖMER sınavlarına hazırlanan öğrencilere kurs, yayın ve rehberlik hizmetleri sunan, Türkiye'de ve Dünyanın farklı ülkelerinde şube ve temsilcilikleri bulunan uluslararası bir eğitim kurumları zinciridir.

Kurumumuz, Türkiye üniversitelerinin gerçekleştirdikleri yurt dışından Öğrenci Kabul Sınavları ya da bilinen adıyla Yabancı Uyruklu Öğrenci Sınavlarına (YÖS) hazırlanan ve bu üniversitelerde yüksek öğrenim görmeyi hedefleyen yabancı uyruklu ve T.C. vatandaşı öğrencilere profesyonel olarak hizmet veren ilk ve tek eğitim kurumudur.

Türkiye'nin önde gelen üniversitelerinin düzenledikleri bu sınavlarda (YÖS), Temel Öğrenme Becerileri Testi ve Türkçe Yeterlilik Testi olmak üzere iki ayrı test yer almaktadır.
Temel Öğrenme Becerileri Testleri sınavların değerlendirmelerinde ve üniversitelere kabul aşamalarında dikkate alınmakta olup yerleştirmeler bu testlerin sonuçlarına göre yapılmaktadır. Türkçe testleri ise, sınava katılan öğrencilerin Türkçe dil yeterliliklerini ölçmek için uygulanmakta olup, yerleştirme puanlarını etkilememektedir.

Yabancı Öğrenci Sınavlarında (YÖS) başarılı olabilmek ve üniversitede hedeflediğiniz bölümde okuyabilmek için öncelikle Temel Öğrenme Becerileri Testlerinde baraj olarak belirlenen puanları aşmanız ve daha yüksek puanlar almanız gerekmektedir.

Sınavlardaki Temel Öğrenme Becerileri Testlerinde Genel Yetenek (IQ), Matematik ve Geometri soruları yer almakta olup; bu soruları doğru yanıtlamanız sınavların başarı sıralamalarında öne çıkmanızı sağlayacaktır.

Türkiye'nin seçkin üniversitelerinde öğrenim görebilme şansını yakalayabilmek için YÖS hazırlık kurslarımıza katılmanızı ve yayınlarımızı hazırlamış olan, alanında uzman ve deneyimli öğretmenlerimizden destek almanızı öneriyoruz.

Tüm YÖS adaylarına başarılar dileriz!

METROPOL EĞİTİM KURUMLARI

PREFACE

Dear students,

Metropol Educational Institutions is a group of international educational institutions with branches and representatives in Turkey and different countries around the world, offering courses, publications and consultancy services to students studying for the YÖS, SAT and TÖMER exams since 1995.

Our institution is the first and the only educational institution that provides professional services to the international students and Turkish citizens preparing for the Foreign Students Acceptance Exams known as Foreign Students Exams (YÖS) and planning to continue their higher education at these universities in Turkey.

In these (YÖS) exams held by the renowned universities in Turkey, there are two separate tests; Basic Learning Skills Test and Turkish Language Proficiency Test. The Basic Learning Skills Test is taken into consideration in the evaluation processes of the exams and in the acceptance processes by the universities; the placements are performed according to the results of these tests. The Turkish Language Proficiency Tests, on the other hand, are intended to measure the Turkish language level of the students who take the exam and it does not affect the placement scores.

In order to be successful in the YÖS exams and to be able to enrol in the department in which you want to study at the university, you need to exceed the threshold score in the exam and get higher scores.

The Basic Learning Skills Tests include Intelligent Quotient (IQ), Mathematics and Geometry questions. You will be able to stand out in the rankings of the exam scores by answering these questions correctly.

To capture the opportunity to study at elite universities of Turkey, we recommend that you participate in our YÖS preparation courses and get support from our qualified and experienced teachers who have prepared our publications.

We wish great success to all YÖS candidates!

METROPOL EDUCATIONAL INSTITUTIONS

İçindekiler / Contents

BÖLÜM / CHAPTER 1 ....1 - 18

GEOMETRİK KAVRAMLAR ve AÇILAR

GEOMETRICAL CONCEPTS and ANGLES

- Tanımsız Kavramlar / Undefined Concepts............3 - 5
- Tanımlar / Definitions..5 - 6
- Açılar / Angles...6 - 18

BÖLÜM / CHAPTER 2 ....19 - 32

ÜÇGENDE AÇILAR

ANGLES in TRIANGLE

- Üçgende Açılar / Angles in Triangle...................21 - 32

BÖLÜM / CHAPTER 3 ....33 - 44

ÜÇGENDE YARDIMCI ELEMANLAR

THE AUXILIARY ELEMENTS in a TRIANGLE

- Açıortay / Angle Bisector....................................35 - 38
- Üçgende Kenarortay /
  The Median in a Triangle....................................39 - 44
- Üçgende Yükseklik / The Altitude in a Triangle..........44

İçindekiler / Contents

BÖLÜM / CHAPTER 4 ....45 - 60

ÖZEL ÜÇGENLER
SPECIAL TRIANGLES

- Dik Üçgen / Right Triangle................................47 - 52
- İkizkenar Üçgen / Isosceles Triangle..................53 - 57
- Eşkenar Üçgen / Equilateral Triangle.................57 - 60

BÖLÜM / CHAPTER 5 ....61 - 76

ÜÇGENLERDE BENZERLİK ve ALAN
SIMILARITY and AREA in TRIANGLES

- Üçgenlerde Benzerlik / Similarity in a Triangles...63 - 69
- Üçgende Alan / Area in a Triangle.....................69 - 76

BÖLÜM / CHAPTER 6 ....77 - 82

ÜÇGENDE AÇI – KENAR BAĞINTILARI
ANGLE – SIDE RELATIONS in a TRIANGLE

- Üçgende Açı – Kenar Bağıntıarı / Angle – Side Relations in a Triangle....................79 - 82

İçindekiler / Contents

BÖLÜM / CHAPTER 7 ....83 - 98

ÇOKGENLER ve DÖRTGENLER

POLYGONS and QUADRANGLES

- Çokgenler / Polygons....................85 - 92
- Dörtgenler / Quadrangles....................93 - 98

BÖLÜM / CHAPTER 8 ....101- 112

PARALELKENAR ve EŞKENAR DÖRTGEN

PARALLELOGRAM and EQUILATERAL QUADRANGLE

- Paralelkenar / Parallelogram....................101 - 110
- Eşkenar Dörtgen / Equilateral Quadrangle......110 - 112

BÖLÜM / CHAPTER 9 ....115 - 118

DİKDÖRTGEN ve KARE

RECTANGLE and SQUARE

- Dikdörtgen / Rectangle....................115 - 117
- Kare / Square....................117 - 118

İçindekiler / Contents

BÖLÜM / CHAPTER 10 ....119 - 130

YAMUK ve DELTOID

TRAPEZOID and DELTOID (KITE)

- Yamuk / Trapezoid..121 - 128
- Deltoid / Deltoid (Kite)..................................129 - 130

BÖLÜM / CHAPTER 11 ....133 - 152

ÇEMBERDE UZUNLUK ve AÇI

LENGTH and ANGLE in a CIRCLE

- Çember / The Circle.......................................133 - 146
- Çemberde Açı / Angle in a Circle...................147 - 152

BÖLÜM / CHAPTER 12 ....153 - 166

ÇEMBERDE KUVVET, ÇEVRE VE ALAN
POWER, CIRCUMFERENCE and AREA in a CIRCLE

- Çemberde Kuvvet / Power in a Circle..............153 - 159
- Çemberde Çevre, Alan ve Benzerlik / Circumference, Area and Similarity in a Circle...........160
- Daire ve Daire Dilimi / Circular Region and Circular Sector................161 - 164
- Çemberlerde Benzerlik ile İlgili Özellikler / Properties Related to Similarity in Circles........165 - 166

İçindekiler / Contents

BÖLÜM / CHAPTER 13 ....167 - 182

NOKTA ve DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ
ANALYTICAL ANALYSIS of POINT and LINE

- Kantezyen Düzlem / The Cartesian Plane.......169 - 182

BÖLÜM / CHAPTER 14 ....183 - 188

ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ
ANALYTICAL ANALYSIS of CIRCLE

- Çemberin Analitik İncelenmesi / Analytical Analysis of Circle..185 - 188

BÖLÜM / CHAPTER 15 ....189 - 206

KATI CİSİMLER

SOLIDS

- Katı Cisimler / Solids..191 - 206

BÖLÜM / CHAPTER 16 ....207 - 222

VEKTÖRLER / VECTORS

- Yönlü Doğru Parçası / Directed Line Segment........209
- Düzlemde Vektörler / Vectors in Plane............210 - 218
- Uzayda Vektörler / Vectors in Space...............219 - 222

BÖLÜM 1
CHAPTER 1

GEOMETRİK KAVRAMLAR VE AÇILAR
GEOMETRIC CONCEPTS and ANGLES

BÖLÜM / CHAPTER 1 ....1 - 18

GEOMETRİK KAVRAMLAR ve AÇILAR
GEOMETRIC CONCEPTS and ANGLES

- Tanımsız Kavramlar / Undefined Concepts............3 - 5
- Tanımlar / Definitions..5 - 6
- Açılar / Angles..6 - 18
  - Bir Açının Ölçüsü / The Measure of an Angle........7
  - Komşu Açılar / Adjacent Angles.............................8
  - Açıortay / Angle Bisector..................................8 - 9
  - Ters Açılar / Opposite Angles...............................9
  - Açı Çeşitleri / Angle Types..........................10 - 12
  - Paralel İki Doğrunun Bir Kesenle Yaptığı Açılar / Angles Formed by Two Parallel Lines and a Transversal..........................12 - 18
  - Kenarları Dik Olan Açıar / Angles with Perpendicular Sides...............................18

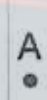
BÖLÜM 01 CHAPTER

GEOMETRİK KAVRAMLAR ve AÇILAR
GEOMETRIC CONCEPTS and ANGLES

TANIMSIZ KAVRAMLAR / UNDEFINED CONCEPTS

- **Nokta:** Uzayda konumu olan fakat boyutu olmayan bir kavramdır.

  Point: A concept which has position in space, but not size.



A noktası / Point A

(Noktalar büyük harfle gösterilir.
Points are represented by capital letters.)

- **Doğru:** İki yönde sınırsız noktalar kümesidir. İki türlü gösterimi vardır.

  Line: A set of points unbounded through both directions. It has two represantations.

d doğrusu / Line d

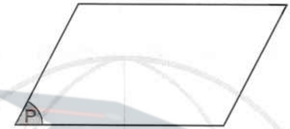
(Küçük harfle gösterilir.
Represented by small letters.)

EF doğrusu / Line EF

(Doğrunun üzerindeki iki büyük harfle gösterilir.
Represented by two capital letters on the line.)

- **Düzlem:** Üzerinde kesişen iki doğrunun her noktasının değmesi gereken düzgün yüzeydir.

  Plane: A plane surface that all the points of two lines intersecting on it must touch.



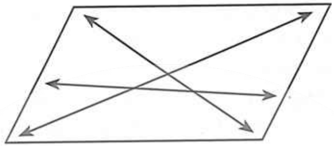
P düzlemi / The plane P

- Aynı düzlem içerisinde bulunan n tane farklı doğru, düzlemi <u>en az</u> (n + 1) bölgeye ayırır.

  n different lines in the same plane separate the plane to <u>minimum</u> of (n + 1) regions.

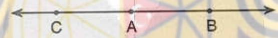
- Aynı düzlem içerisinde bulunan n tane farklı doğru, düzlemi <u>en çok</u> $\left(\frac{n\cdot(n+1)}{2}+1\right)$ bölgeye ayırır.

  n different lines in the same plane separate the plane to maximum of $\left(\frac{n\cdot(n+1)}{2}+1\right)$ parts.

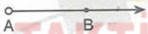


TANIMLAR / DEFINITIONS

- **Yarı doğru:** Bir doğrunun üzerindeki herhangi bir nokta çıkarıldığında o doğru, iki yarı doğruya ayrılmış olur.
  Half line: If any point on a line is removed, then the line will be divided into two half lines.



]AC yarı doğrusu / Half line]AC



]AB yarı doğrusu / Half line]AB

- **Işın:** Başlangıç noktası belli ve bir yöne doğru devam eden sınırsız noktalar kümesidir.
  Ray: it is a set composed of infinite number of points which has a certain origin and moves towards a certain direction.

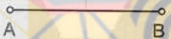
[AB ışını / Ray [AB

- **Doğru Parçası:** Bir doğrunun A ve B noktaları ile bunların arasında kalan tüm noktaların kümesine, **AB doğru parçası** denir.

  Line Segment: The set composed of the points A and B of a line and all the points between them is called **line segment AB.**

[AB] doğru parçası /Line segment [AB]

[AB[doğru parçası/ Line segment [AB[



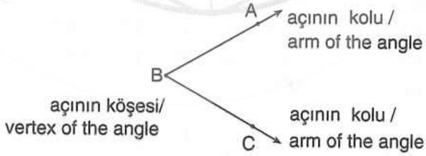
]AB[doğru parçası/ Line segment]AB[

- IABI, AB doğru parçasının uzunluğu
  IABI, the length of the line segment AB

AÇILAR / ANGLES

Başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşimine **açı** denir

The union of two rays with mutual starting points is called an angle.



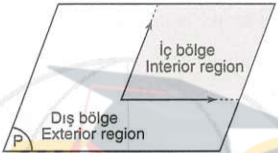
$$[BA \cup [BC = \widehat{ABC} = \widehat{CBA} = \widehat{B}$$

- Açı, bir düzlemi iki ayrık kümeye ayırır:

  An angle separates a plane into two disjoint sets:

  1. İç bölge / Interior region

  2. Dış bölge / Exterior region



Önemli / Important

Açı ile iç bölgesinin birleşimine, **açısal bölge** denir ve $(\widehat{ABC})$ ile gösterilir.

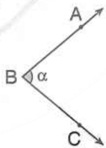
The union of angle and its interior region is called an **angular region** and denoted by $(\widehat{ABC})$.

BİR AÇININ ÖLÇÜSÜ / THE MEASURE of an ANGLE

Bir ABC açısına karşılık gelen α pozitif reel sayısına **ABC açısının ölçüsü** denir.

ABC açısının ölçüsü

$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{CBA}) = m(\widehat{B}) = \alpha$ şeklinde ifade edilir.



A positive real number α which is assigned to an angle ABC is called the measure of angle ABC.

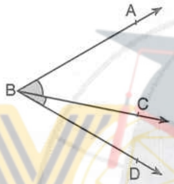
The measure of angle ABC is denoted as

$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{CBA}) = m(\widehat{B}) = \alpha$

KOMŞU AÇILAR / ADJACENT ANGLES

Başlangıç noktaları ve birer kolları ortak, iç bölgeleri ayrık olan iki açıya **komşu açılar** denir.

Any two angles which have one side and vertex in common but separated interior regions are called **adjacent angles.**



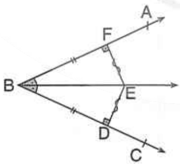
$\widehat{ABC}$ ile $\widehat{CBD}$ komşu açılardır.

$\widehat{ABC}$ and $\widehat{CBD}$ are adjacent angles.

AÇIORTAY / ANGLE BISECTOR

Bir açının kollarından eşit uzaklıkta bulunan noktalar kümesine **açıortay** denir.

A **bisector** is a set composed of points which are at the same distance from the arms of an angle.



[BE: açıortay / bisector

$$\left.\begin{array}{c} m(\widehat{FBE}) = m(\widehat{EBD}) \\ [FE] \perp [BA] \\ [ED] \perp [BC] \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} |DE| = |EF| \\ |BF| = |BD| \end{array}$$

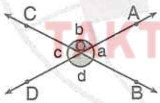
Önemli / Important

- Açıortay üzerindeki her nokta açının kollarından eşit uzaklıkta bulunur.
  All the points that lie on the bisector are of the same distance from the arms of the angle.
- Bir açının kollarından eşit uzaklıkta bulunan her nokta, açıortay üzerindedir.
  Each point whit the same distance from the arms of an angle, lies on the angle bisector.

TERS AÇILAR / OPPOSITE ANGLES

Kesişen iki doğrunun oluşturduğu dört açıdan, komşu olmayan eşit iki açıya ters açı denir.

When two lines intersect and form four angles, any two equal angles which are not adjacent are said to be **opposite angles**.



$m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{COD}) \Rightarrow a = c$

$m(\widehat{AOC}) = m(\widehat{BOD}) \Rightarrow b = d$

- $\widehat{AOB}$ ile $\widehat{COD}$ ters açılardır. $\widehat{AOB}$ and $\widehat{COD}$ are opposite angles.
- $\widehat{AOC}$ ile $\widehat{BOD}$ ters açılardır. $\widehat{AOC}$ and $\widehat{BOD}$ are opposite angles.
- Ters açıların ölçüleri eşittir. The measures of the opposite angles are equal.

AÇI ÇEŞİTLERİ / ANGLE TYPES

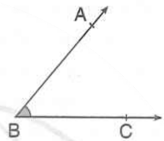
DAR AÇI / ACUTE ANGLE

$0 < m(\widehat{ABC}) < 90^\circ$ ise

$\widehat{ABC}$ bir dar açıdır.

If $0 < m(\widehat{ABC}) < 90^\circ$,

$\widehat{ABC}$ is an acute angle.



$0 < m(\widehat{ABC}) < 90^\circ$

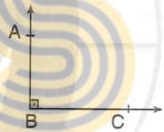
DİK AÇI / RIGHT ANGLE

$m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$ ise

$\widehat{ABC}$ bir dik açıdır.

If $m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$,

$\widehat{ABC}$ is a right angle.



$m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$

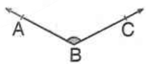
GENİŞ AÇI / OBTUSE ANGLE

$90^\circ < m(\widehat{ABC}) < 180^\circ$ ise

$\widehat{ABC}$ bir geniş açıdır.

$90^\circ < m(\widehat{ABC}) < 180^\circ$,

$\widehat{ABC}$ is an obtuse angle.



$90^\circ < m(\widehat{ABC}) < 180^\circ$

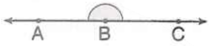
DOĞRU AÇI / STRAIGHT ANGLE

$m(\widehat{ABC}) = 180^\circ$ ise

$\widehat{ABC}$ doğru açıdır.

If $m(\widehat{ABC}) = 180^\circ$,

$\widehat{ABC}$ is a straight angle.



$m(\widehat{ABC}) = 180^\circ$

TAM AÇI / ROUND ANGLE [PERIGON ANGLE]

$m(\widehat{B}) = 360^\circ$ ise

$\widehat{B}$ tam açıdır.

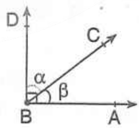
If $m(\widehat{B}) = 360^\circ$,

$\widehat{B}$ is a round angle.

TÜMLER AÇILAR / COMPLEMENTARY ANGLES

Ölçülerinin toplamı 90° olan iki açıya **tümler açı** denir.

Two angles with measures that add up to 90° are called **complementary angles.**

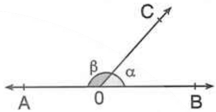


$\alpha + \beta = 90^\circ$

BÜTÜNLER AÇILAR / SUPPLEMENTARY ANGLES

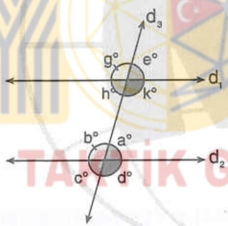
Ölçülerinin toplamı 180° olan iki açıya **bütünler açı** denir.

Two angles with measures that add up to 180° are called **supplementary angles.**



$\alpha + \beta = 180°$

PARALEL İKİ DOĞRUNUN BİR KESENLE YAPTIĞI AÇILAR
ANGLES FORMED by TWO PARALLEL LINES and a TRANSVERSAL



$d_1 // d_2$

d_3: kesen / transversal

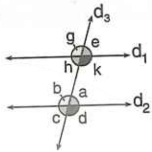
YÖNDEŞ AÇILAR / CORRESPONDING ANGLES

Birer kenarı ortak, diğer kenarları aynı yönde paralel olan açılar **yöndeş açılar**dır.

Angles with one mutual side and one same-direction parallel side are called **corresponding angles.**

Yandaki şekilde / In the figure beside,

$[d_1 // d_2]$

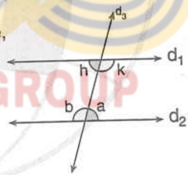


a ve (and) e b ve (and) g c ve (and) h d ve (and) k	⇒ Yöndeş açılar olup, bu açıların ölçüleri eşittir. Are corresponding angles, measures of these angles are equal.	⇒ $m(\widehat{a}) = m(\widehat{e})$ $m(\widehat{b}) = m(\widehat{g})$ $m(\widehat{c}) = m(\widehat{h})$ $m(\widehat{d}) = m(\widehat{k})$

İÇ TERS AÇILAR / ALTERNATE INTERIOR ANGLES

Yandaki şekilde / In the figure beside,

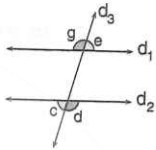
$[d_1 // d_2]$



a ve (and) h k ve (and) b	⇒ İç ters açılar olup, bu açıların ölçüleri eşittir. Are alternate interior angles, measures of these angles are equal.	⇒ $m(\widehat{a}) = m(\widehat{h})$ $m(\widehat{k}) = m(\widehat{b})$

DIŞ TERS AÇILAR / ALTERNATE EXTERIOR ANGLES

Yandaki şekilde / In the figure beside,

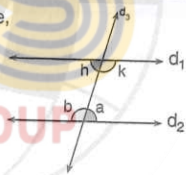


$[d_1 \,//\, d_2]$

$\left.\begin{array}{l} d \text{ ve (and) } g \\ c \text{ ve (and) } e \end{array}\right\} \Rightarrow$ Dış ters açılar olup, bu açıların ölçüleri eşittir. Are alternate exterior angles, measures of these angles are equal. $\Rightarrow \begin{array}{l} m(\widehat{d}) = m(\widehat{g}) \\ m(\widehat{c}) = m(\widehat{e}) \end{array}$

KARŞI DURUMLU AÇILAR / CONSECUTIVE INTERIOR ANGLES

Yandaki şekilde / In the figure beside,



$[d_1 \,//\, d_2]$

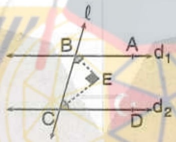
$\left.\begin{array}{l} a \text{ ve (and) } k \\ b \text{ ve (and) } h \end{array}\right\} \Rightarrow$ Karşı durumlu açılar olup, bu açıların ölçüleri toplamı 180° dir. Are consecuvite interior angles, sum of measures of these angles is 180°. $\Rightarrow \begin{array}{l} m(\widehat{a}) + m(\widehat{k}) = 180^\circ \\ m(\widehat{b}) + m(\widehat{h}) = 180^\circ \end{array}$

Önemli / Important

Geometri sorularını çözerken iki doğrunun paralel olduğu özel olarak söylenmedikçe, paralel olduğunu düşünmeyiniz.

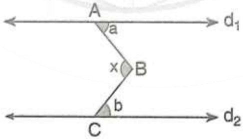
When solving geometry problems, do not assume that two lines are parallel unless the question or diagram specifically tell so.

Sonuç 1 / Conclusion 1



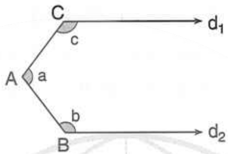
$$\left.\begin{array}{l} d_1 \parallel d_2, \\ m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{EBC}) \\ m(\widehat{BCE}) = m(\widehat{ECD}) \end{array}\right\} \Rightarrow [BE] \perp [CE]$$

Sonuç 2 / Conclusion 2



$$d_1 \parallel d_2 \Rightarrow x = a + b$$

Sonuç 3 / Conclusion 3



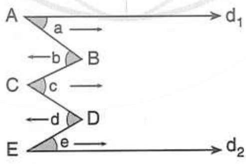
$$d_1 \parallel d_2 \Rightarrow a + b + c = 360^\circ$$

Önemli / Important

Sonuç 3'e benzer şekilde; iki paralel doğru arasında aynı yöne bakan n tane açı varsa, bu açıların ölçüleri toplamı, **$(n-1)\cdot 180^\circ$**'ye eşittir.

In figures similar to conclusion to 3, if there are "n" angles facing the same side, the sum of maesure of these angles equals to **$(n-1)\cdot 180^\circ$.**

Sonuç 4 / Conclusion 4



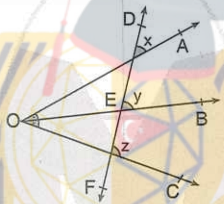
$$d_1 \parallel d_2 \Rightarrow a + c + e = b + d$$

Önemli / Important

Sonuç 4 için; "sağa bakan açıların toplamı, sola bakan açıların toplamına eşittir" ifadesi kullanılabilir.

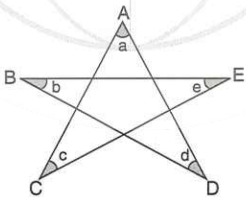
You can use the expression "the total of measures of right-facing angles to the total of measures of left-facing angles" for conclusion 4.

Sonuç 5 / Conclusion 5



$$m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{BOC}) \Rightarrow y = \frac{x+z}{2}$$

Sonuç 6 / Conclusion 6



$$a + b + c + d + e = 180°$$

Önemli / Important

n kanatlı bir yıldızın kanat iç açılarının ölçülerinin toplamı **$(n-4)\cdot 180°$** dir.

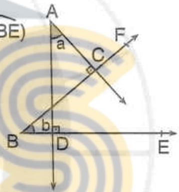
The sum of measures of inner angles of a n-wing star is **$(n-4)\cdot 180°$.**

KENARLARI DİK OLAN AÇILAR
ANGLES with PERPENDICULAR SIDES

Özellik 1 / Property 1

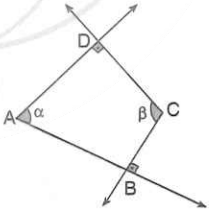
$$\left.\begin{array}{l}[AD \perp [BE \\ [AC \perp [BC\end{array}\right\} \Rightarrow m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{CBE})$$

$$\Rightarrow a = b$$



Özellik 2 / Property 2

$$\left.\begin{array}{l}[AD \perp [CD] \\ [AB \perp [CB]\end{array}\right\} \Rightarrow \alpha + \beta = 180°$$



BÖLÜM CHAPTER 2

ÜÇGENDE AÇILAR
ANGLES in a TRIANGLE

BÖLÜM / CHAPTER 2 .... 19 - 32

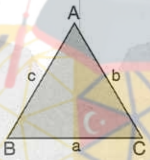
ÜÇGENDE AÇILAR
ANGLES in TRIANGLE

- Üçgende Açılar / Angles in Triangle.................... 21 - 32
  - Üçgende Açı Özellikleri / Angle Properties in a Triangle............................ 21 - 23
  - Üçgen Çeşitleri / Triangle Types.................. 23 - 25
  - İkizkenar Üçgende Açılar / Angles in an Isosceles Triangle................................ 26
  - Dik Üçgende Açılar / Angles in an Right Triangle...................................... 27
  - Eşkenar Üçgende Açılar / Angles in an Equilateral Triangle............................ 28
  - Üçgenin Yardımcı Elemanları / The Auxiliary Elements of a Triangle.................. 28 - 32

ÜÇGENDE AÇILAR / ANGLES in TRIANGLE

Üçgen: Bir düzlemde, doğrusal olmayan herhangi üç noktayı birleştiren doğru parçalarının birleşimine **üçgen** denir.

Triangle: The union of three line segments joining three non–collinear points in a plane is called a triangle.



$$[AB] \cup [AC] \cup [BC] = \widehat{ABC}$$

ÜÇGENDE AÇI ÖZELLİKLERİ
ANGLE PROPERTIES in a TRIANGLE

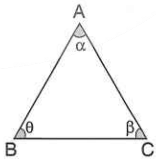
Özellik 1 / Property 1

Bir üçgenin iç açılarının toplamı 180° dir.

The sum of the interior angles of a triangle is 180°.

$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ$$

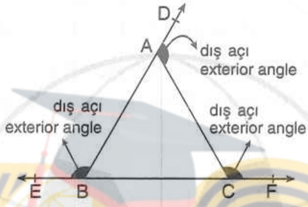
$$\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$$



Özellik 2 / Property 2

Bir üçgenin dış açılarının toplamı 360° dir.

The sum of the exterior angles of a triangle is 360°.



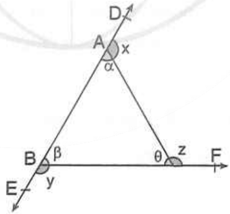
$$m(\widehat{DAC}) + m(\widehat{ACF}) + m(\widehat{ABE}) = 360°$$

Özellik 3 / Property 3

Bir üçgende bir dış açının ölçüsü, kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşittir.

The measure of an exterior angle of a triangle is equal to sum of the measures of its two opposite interior angles.

$x = \beta + \theta$
$y = \alpha + \theta$
$z = \alpha + \beta$



Önemli / Important

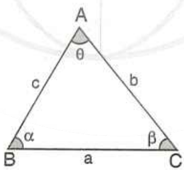
Çift yönlü gerektirme (⇔) sembolü geometride sık kullanılan bir semboldür. "Birinci önerme geçerli ise ikinci önerme de geçerli, ikinci önerme geçerli ise birinci önerme de geçerlidir." anlamına gelir.

The expression "if and only if" (⇔) is frequenrly used in geometry. This symbol means that, "if first proposition is true then the second proposition is also true, if the second proposition is true then the first proposition is also true."

ÜÇGEN ÇEŞİTLERİ / TRIANGLE TYPES

ÇEŞİTKENAR ÜÇGEN / SCALENE TRIANGLE

Üç kenarının uzunluğu birbirinden farklı olan üçgendir.
A triangle whose three sides have different lengths than each other.

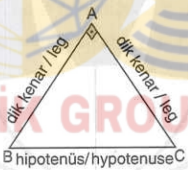


$$|AB| \neq |AC| \neq |BC| \Leftrightarrow \alpha \neq \beta \neq \theta$$

DİK ÜÇGEN / RIGHT TRIANGLE

Bir açısı 90° olan üçgendir. Bu yüzden bu üçgenin diğer iki açısının toplamı 90° dir. Dik üçgenin en uzun kenarı 90° lik açının karşısındaki kenardır. Bu kenara **hipotenüs**, diğer kenarlara **dik kenarlar** denir.

A right triangle has one angle equal to 90°. Therefore, the sum of the other two angles of a right triangle is 90°. The longest side of a right triangle which is always opposite the right angle is called the **hypotenuse** and other sides are called **legs**.



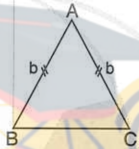
$$[BA] \perp [AC] \Leftrightarrow m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$$

İKİZKENAR ÜÇGEN / ISOSCELES TRIANGLE

İki kenarının uzunluğu eşit olan üçgene **ikizkenar üçgen** denir.

A triangle in which lengths of two of sides are equal is called an **isosceles triangle.**

$|AB| = |AC|$

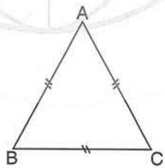


EŞKENAR ÜÇGEN / EQUILATERAL TRIANGLE

Bütün kenarları eşit uzunlukta olan üçgene **eşkenar üçgen** denir.

A triangle in which lengths of all of sides are equal is called an **equilateral triangle.**

$|AB| = |AC| = |BC|$

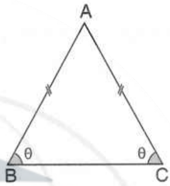


İKİZKENAR ÜÇGENDE AÇILAR / ANGLES in an ISOSCELES TRIANGLE

İkizkenar üçgende taban açıları eşittir.

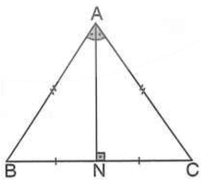
Base angles are equal in an isosceles triangle.

$$|AB| = |AC| \Leftrightarrow m(\widehat{B}) = m(\widehat{C})$$



Önemli / Important

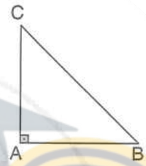
- İkizkenar üçgende, tepe açısından indirilen açıortay, kenarortay ve yükseklik aynı doğru üzerindedir.
  In an isosceles triangle the bisector, the median and the altitude through the apex which cuts the opposite side are on the same line.
- Bir üçgende açıortay, kenarortay ve yükseklik niceliklerinden herhangi ikisi çakışıyorsa (aynı doğru üzerinde ise) bu üçgen ikizkenardır.
  If any two of the bisector, the median and the altitude through a vertex coincide in a triangle (lie on the same line), then this triangle is an isosceles triangle.



DİK ÜÇGENDE AÇILAR / ANGLES in a RIGHT TRIANGLE

Özellik 1 / Property 1

$$[CA] \perp [AB] \Leftrightarrow m(\widehat{C}) + m(\widehat{B}) = 90^\circ$$



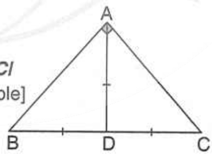
Özellik 2 / Property 2

Dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu, hipotenüs uzunluğunun yarısına eşittir.

In a right triangle, the length of median drawn to the hypotenuse is equal to half the length of hypotenuse.

$[AB] \perp [AC] \Leftrightarrow |AD| = |BD| = |DC|$

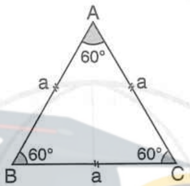
[Muhteşem üçlü / The Perfect Triple]



EŞKENAR ÜÇGENDE AÇILAR / ANGLES in an EQUILATERAL TRIANGLE

Bir eşkenar üçgenin tüm iç açıları 60° dir.

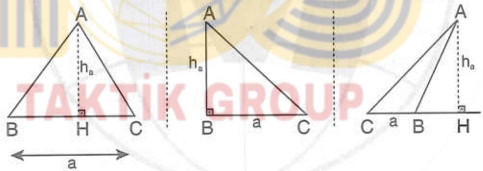
Each angle of an equilateral triangle is 60°.



$$|AB| = |AC| = |BC| \Leftrightarrow m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = 60^\circ$$

ÜÇGENİN YARDIMCI ELEMANLARI / THE AUXILIARY ELEMENTS of a TRIANGLE

YÜKSEKLİK / HEIGHT



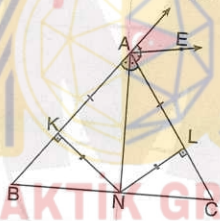
Bir üçgenin yüksekliği, üçgenin bir köşesinden karşı kenara dik çizilen doğrudur. h_a şekildeki üçgenlerde BC kenarına ait olan yüksekliktir.

The height of the triangle is a line drawn from one vertex perpendicular to the opposite side. We use h_a for the height of side BC.

AÇIORTAY / BISECTOR

Bir üçgende, bir iç açıyı eşit iki parçaya bölen doğru parçasına **iç açıortay,** bir dış açıyı iki eşit parçaya bölen doğru parçasına **dış açıortay** denir. Şekildeki ABC üçgeninde [AN iç açıortay ve |KN| = |NL| = |AL| dir. [AE dış açıortaydır.

The **interior angle bisector** of a triangle the line that divides an interior angle of the triangle into two equal parts. The **exterior angle bisector** of a triangle is the line that divides an exterior angle of the triangle into two equal parts. In the figure, [AN] is an interior bisector, |KN| = |NL| and |AK| = |AL|. [AE is an exterior angle bisector.



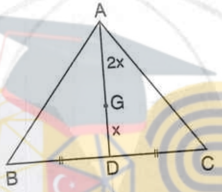
KENARORTAY / MEDIAN

Bir üçgenin, bir köşesini karşı kenarın orta noktasıyla birleştiren doğru parçasına **kenarortay** denir. Bir üçgende, üç kenarortay üçgenin iç bölgesinde bir noktada kesişir. Bu noktaya **üçgenin ağırlık merkezi** denir. Şekildeki ABC üçgeninde |AG| = 2·|GD| olup G noktası ağırlık merkezi, [AD] kenarortay, |BD| = |DC| dir.

The **median** of a triangle is the line drawn from a vertex to the midpoint of its opposite side.

In a triangle medians intersect at a point in the interior area. And this point is called **the center of gravity of the triangle.**

In the figure beside, |AG| = 2·|GD|, point G is center of gravity, [AD] is a median and |BD| = |DC|.



Sonuç 1 / Conclusion 1

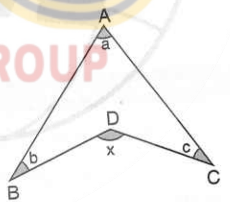
$m(\widehat{BAC}) = a$,

$m(\widehat{ABD}) = b$,

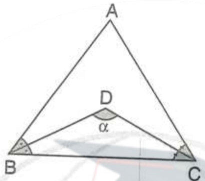
$m(\widehat{ACD}) = c$,

$m(\widehat{BDC}) = x$

$\Rightarrow \; x = a + b + c$



Sonuç 2 / Conclusion 2

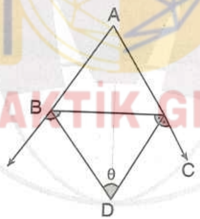


[DB] ve [DC] iç açıortaydır.

[DB] and [DC] are interior angle bisectors.

$$m(\widehat{BDC}) = \alpha = 90^\circ + \frac{m(\widehat{A})}{2}$$

Sonuç 3 / Conclusion 3

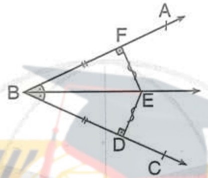


[BD] ve [CD] dış açıortaylardır.

[BD] and [CD] are exterior angle bisectors.

$$m(\widehat{BDC}) = \theta = 90^\circ - \frac{m(\widehat{A})}{2}$$

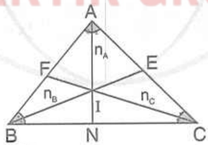
AÇIORTAY / ANGLE BISECTOR



[BE : açıortay / angle bisector

$$\left.\begin{array}{l} m(\widehat{CBE}) = m(\widehat{ABE}) \\ [BC] \perp [ED] \\ [BA \perp [EF] \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} |BF| = |BD| \\ |EF| = |ED| \end{array}$$

ÜÇGENDE AÇIORTAY / THE ANGLE BISECTOR in a TRIANGLE



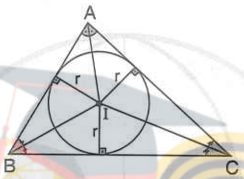
Bir üçgende, bir iç açıyı eşit iki açıya ayıran ışına üçgenin **iç açıortayı** denir.

İç açıortaylar, $|AN| = n_A$, $|CF| = n_C$, $|BE| = n_B$

An **interior angle bisector** in a triangle is a ray which cuts an interior angle to two equal angles.

Angle bisectors; $|AN| = n_A$, $|CF| = n_C$, $|BE| = n_B$.

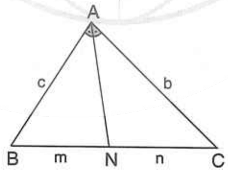
İÇ TEĞET ÇEMBER / THE INSCRIBED CIRCLE



İç teğet çember, üçgenin kenarlarına içten teğet olan çemberdir. İç teğet çemberin merkezi, iç açıortayların kesim noktasıdır.

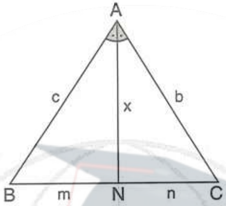
The inscribed circle is a circle tangent to sides of a triangle from inside. The center of inscribed circle is the intesection point of the interior angle bisectors.

İÇ AÇIORTAY TEOREMİ / THE INTERIOR ANGLE BISECTOR THEOREM



$$m(\widehat{BAN}) = m(\widehat{NAC}) \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{m}{n} \Leftrightarrow \frac{c}{m} = \frac{b}{n} \Leftrightarrow c \cdot n = b \cdot m$$

BIR İÇ AÇIORTAYIN UZUNLUĞU
THE LENGTH of an INTERIOR ANGLE BISECTOR

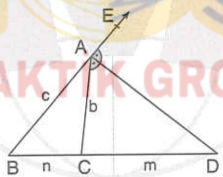


[AN] : açıortay / angle bisector (n_A)

$$m(\widehat{BAN}) = m(\widehat{NAC})$$

$$\Rightarrow x^2 = b \cdot c - m \cdot n$$

DIŞ AÇIORTAY TEOREMİ / THE EXTERIOR ANGLE BISECTOR THEOREM

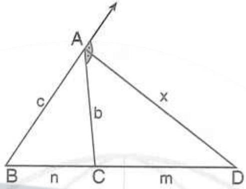


[AD] : dış açıortay / exterior angle bisector

$$\frac{|AC|}{|AB|} = \frac{|DC|}{|DB|} \Leftrightarrow \frac{b}{c} = \frac{m}{m+n}$$

$$\Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{m+n}{m}$$

DIŞ AÇIORTAYIN UZUNLUĞU
THE LENGTH of an EXTERIOR ANGLE BISECTOR

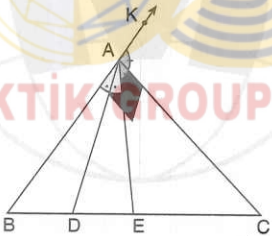


[AD] : dış açıortay / exterior angle bisector (n'_A)

$$|AD|^2 = |DC| \cdot |DB| - |AC| \cdot |AB|$$

$$\Rightarrow x^2 = m \cdot (m + n) - b \cdot c$$

İÇ AÇIORTAY İLE DIŞ AÇIORTAY ARASINDAKI İLİŞKİ
THE RELATIONSHIP BETWEEN INTERIOR ANGLE BISECTOR and EXTERIOR ANGLE BISECTOR

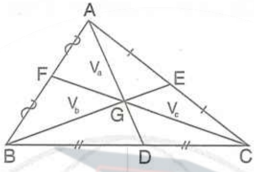


[AD], iç açıortay / interior angle bisector (n_A)

[AC], dış açıortay / exterior angle bisector (n'_A)

$$\Rightarrow m(\widehat{DAC}) = 90^\circ$$

ÜÇGENDE KENARORTAY / THE MEDIAN in a TRIANGLE



Tanım: Bir üçgende her kenarın orta noktasını, bu noktanın karşısındaki köşeye birleştiren doğru parçasına **kenarortay** denir.

Definition: A **median** is a line segment combining a vertex and the midpoint of the opposite side.

$[AD] = V_a$, $[BE] = V_b$, $[CF] = V_c$ doğru parçaları; [BC], [AC], [AB] kenarlarına ait kenarortaylardır.

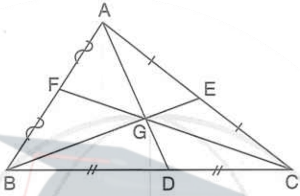
Bir üçgende, üç kenarortay üçgenin iç bölgesinde bir noktada kesişir. Bu noktaya **üçgenin ağırlık merkezi** denir. ABC üçgeninin ağırlık merkezi G noktasıdır.

$|AD| = V_a$, $|BE| = V_b$, $|CF| = V_c$ are the medians related to the sides [BC], [AC], [AB].

In a triangle medians intersect at a point in the interior area. This point is called the **center of gravity of the triangle.** The center of the gravity of the triangle ABC is the point G.

KENARORTAYIN ÖZELLİKLERİ / PROPERTIES of MEDIAN

Özellik 1 / Property 1



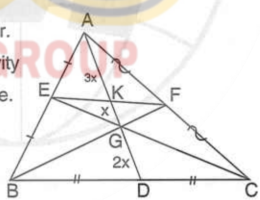
|AG| = 2.|GD|

|BG| = 2.|GE|

|CG| = 2.|GF|

Özellik 2 / Property 2

G noktası, şekildeki ABC üçgeninin ağırlık merkezidir.
Point G is the center of gravity of triangle ABC in the figure.



$|KG| = \frac{1}{6} \cdot |AD| = \frac{1}{6} \cdot V_a$

$|AG| = \frac{1}{2} \cdot |AD| = \frac{1}{2} \cdot V_a$

$|GD| = \frac{1}{3} \cdot |AD| = \frac{1}{3} \cdot V_a$

*[3 – 1 – 2 Kuralı
The 3 – 1 – 2 Rule]*

Özellik 3 / Property 3

Kenarortay Teoremi / The Median Theorem:

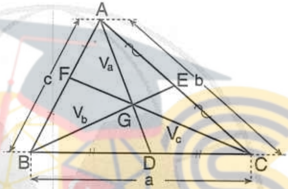
ABC üçgeninde, V_a, V_b, V_c kenarortay uzunlukları; a, b, c kenar uzunluklarıdır.

In triangle ABC, V_a, V_B and V_C are the lengths of the medians and a, b, c are the lengths of the sides.

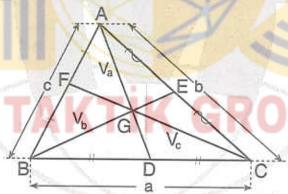
$$2V_a^2 = b^2 + c^2 - \frac{a^2}{2}$$

$$2V_b^2 = a^2 + c^2 - \frac{b^2}{2}$$

$$2V_c^2 = a^2 + b^2 - \frac{c^2}{2}$$



Sonuç / Conclusion



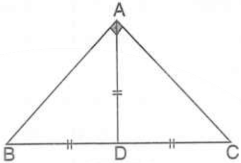
$$2V_a^2 = b^2 + c^2 - \frac{a^2}{2}$$

$$2V_b^2 = a^2 + c^2 - \frac{b^2}{2}$$

$$+ \quad 2V_c^2 = a^2 + b^2 - \frac{c^2}{2}$$

$$4 \cdot \left(V_a^2 + V_b^2 + V_c^2\right) = 3 \cdot \left(a^2 + b^2 + c^2\right)$$

Özellik 4 / Property 4



$[BA] \perp [AC] \Leftrightarrow |BD| = |DC| = |AD|$

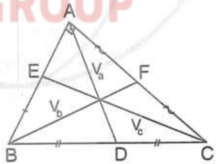
[Muhteşem üçlü / The Perfect Triple]

Özellik 5 / Property 5

ABC dik üçgeninde V_a, hipotenüse ait kenarortay uzunluğudur.

In right triangle ABC, V_a length of the median corresponding to the hypotenuse.

$5.V_a^2 = V_b^2 + V_c^2$



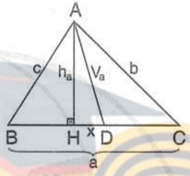
Özellik 6 / Property 6

[Kenarortay – Yükseklik / Median – Altitude]

Şekildeki ABC üçgeninde, [AH] yükseklik, [AD] kenarortaydır.

In the triangle ABC, [AH] is the altitude, [AD] is the median.

$$|HD| = x = \frac{|b^2 - c^2|}{2a}$$

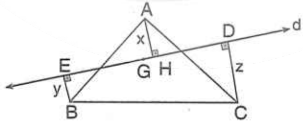


Özellik 7 / Property 7

d doğrusu şekildeki ABC üçgeninin ağırlık merkezinden geçen bir doğru olup [AH] ⊥ d, [BE] ⊥ d, [CD] ⊥ d dir.

The line d in the figure passes through center of the gravity in the triangle ABC and also

[AH] ⊥ d, [BE] ⊥ d, [CD] ⊥ d.

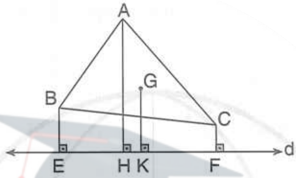


$|AH| = x$, $|BE| = y$, $|CD| = z \Rightarrow x = y + z$

Özellik 8 / Property 8

G noktası, şekildeki ABC üçgeninin ağırlık merkezidir.

Point G is the center of gravity of triangle ABC in the figure.



$d \cap \widehat{ABC} = \varnothing$, $[BE] \perp d$, $[AH] \perp d$, $[GK] \perp d$, $[CF] \perp d$

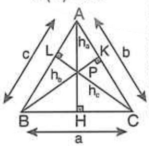
$\Rightarrow$ ***$|AH| + |BE| + |CF| = 3 \cdot |GK|$***

ÜÇGENDE YÜKSEKLİK / THE ALTITUDE in a TRIANGLE

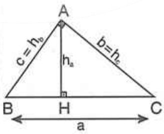
Tanım: Bir üçgende, bir köşeden karşı kenara indirilen dik doğru parçasına, üçgenin bu kenara ait **yüksekliği** denir.

Definition: In a triangle, the length of the line segment from a vertex to the opposite side which is perpendicular to the opposite side is called the **altitude** of the triangle corresponding to this side.

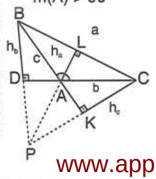
$m(\widehat{A}), m(\widehat{B}), m(\widehat{C}) < 90°$



$m(\widehat{A}) = 90°$



$m(\widehat{A}) > 90°$



BÖLÜM CHAPTER 4

ÖZEL ÜÇGENLER
SPECIAL TRIANGLES

BÖLÜM / CHAPTER 4 ....45 - 60

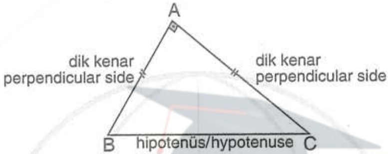
ÖZEL ÜÇGENLER
SPECIAL TRIANGLES

- Dik Üçgen / Right Triangle.................................47 - 52
  - Pisagor Teoremi / Pythagorean Theorem......47 - 48
  - Dik Üçgende Kenarortay Teoremi / Median Theorem in a Right Triangle..........................48
  - Açılarına Göre Özel Dik Açılı Üçgener / Special Right Angled Triangles with Respect to their Angles..49 - 50
  - Kenar Uzunluklarına Göre Özel Dik Açılı Üçgenler / Special Right Angled Triangles with Respect to their Side Lengths..50 - 51
  - Öklit Bağıntıları / Eucliedan Relations..................52
- İkizkenar Üçgen / Isosceles Triangle...................53 - 57
  - İkizkenar Üçgenin Özellikleri / Properties of an Isosceles Triangle.....................53 - 57
- Eşkenar Üçgen / Equilateral Triangle..................57 - 60
  - İkizkenar Üçgenin Özellikleri / Properties of an Equilateral Triangle...................58 - 60

BÖLÜM 04 CHAPTER

ÖZEL ÜÇGENLER
SPECIAL TRIANGLES

DİK ÜÇGEN / RIGHT TRIANGLE

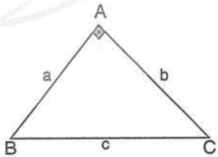


[BA] ⊥ [CA] ise ABC dik üçgendir. [AB] ve [AC] dik kenarlardır. Dik açı karşısındaki [BC] kenarı ise hipotenüstür. A dik köşe olup, dik üçgenin aynı zamanda diklik merkezidir.

If [BA] ⊥ [CA], then ABC is a right triangle. [AB] and [AC] are the perpendicular sides. The side [BC], opposite to the right angle is the hypotenuse. A is the right vertex and also the orthocenter of the right triangle.

PİSAGOR TEOREMİ / PYTHAGOREAN THEOREM

Pisagor Teoremi: Bir dik üçgende, dik kenar uzunluklarının karelerinin toplamı, hipotenüs uzunluğunun karesine eşittir. Bu teoremden, iki kenarı bilinen bir dik üçgenin üçüncü kenarı bulunabilir.



$$a^2 + b^2 = c^2$$

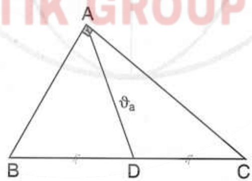
Pythagorean Theorem: In a right triangle, the sum of the squares of the lengths of the two perpendicular sides is equal to the square of the length of the hypotenuse. If we know the lengths of any two sides of a right triangle. By using the Pythagorean theorem, we can find the length of the third side.

DİK ÜÇGENDE KENARORTAY TEOREMİ
MEDIAN THEOREM in a RIGHT TRIANGLE

Bir dik üçgende, hipotenüse çizilen kenarortay hipotenüs uzunluğunun yarısına eşittir.

In a right triangle, the median drawn to hypotenuse is half the length of the hypotenuse.

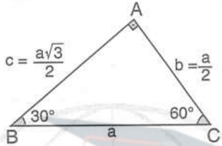
ϑ_a : Kenarortay / Median



$$[BA] \perp [CA],\ |BD| = |DC| \Rightarrow |AD| = \vartheta_a = \frac{|BC|}{2}$$

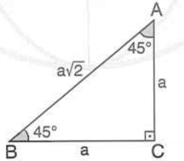
AÇILARINA GÖRE ÖZEL DİK AÇILI ÜÇGENLER
SPECIAL RIGHT ANGLED TRIANGLES with RESPECT to their ANGLES

30°– 60°– 90° DİK ÜÇGENİ / 30°– 60°– 90° RIGHT TRIANGLE



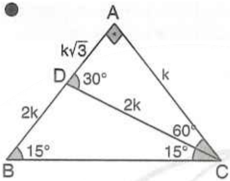
$$\left.\begin{array}{l}[BA]\perp[CA]\\ m(\widehat{ABC})=30^\circ\\ m(\widehat{ACB})=60^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow \begin{array}{l}|AC|=\dfrac{|BC|}{2}\Rightarrow \boldsymbol{b=\dfrac{a}{2}}\\ |AB|=\dfrac{|BC|\cdot\sqrt{3}}{2}\Rightarrow \boldsymbol{c=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}\end{array}$$

45°– 45°– 90° DİK ÜÇGENİ / 45°– 45°– 90° RIGHT TRIANGLE



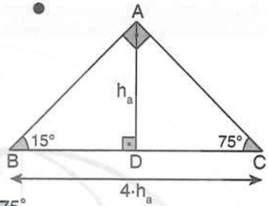
$$\left.\begin{array}{l}[AC]\perp[BC]\\ m(\widehat{A})=m(\widehat{B})=45^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow \begin{array}{l}\boldsymbol{|BC|=|AC|=a}\\ \boldsymbol{|AB|=a\cdot\sqrt{2}=a\sqrt{2}}\end{array}$$

15°– 75°– 90° DİK ÜÇGENİ / 15°– 75°– 90° RIGHT TRIANGLE



$m(ABC) = 15^\circ, m(ACB) = 75^\circ$

$\Rightarrow |AC| = k, |AB| = k \cdot (\sqrt{3}+2)$



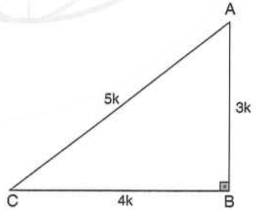
$|AD| = h_a \Leftrightarrow |BC| = 4 \cdot h_a$

KENAR UZUNLUKLARINA GÖRE ÖZEL DİK AÇILI ÜÇGENLER
SPECIAL RIGHT ANGLED TRIANGLES with RESPECT to their SIDE LENGTHS

3 – 4 – 5 DİK ÜÇGENİ / 3 – 4 – 5 RIGHT TRIANGLE

$[AB] \perp [BC]$,

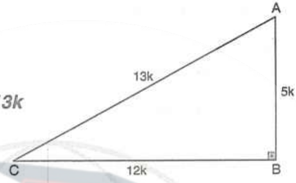
$$\left.\begin{array}{l} |AB| = 3k \\ |BC| = 4k \end{array}\right\} \Rightarrow \boldsymbol{|AC| = 5k}$$



5 – 12 – 13 DİK ÜÇGENİ / 5 – 12 – 13 RIGHT TRIANGLE

$[AB] \perp [BC]$,

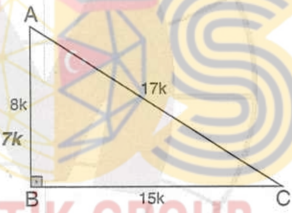
$$\left.\begin{aligned} |AB| &= 5k \\ |CB| &= 12k \end{aligned}\right\} \Rightarrow |AC| = 13k$$



8 – 15 – 17 DİK ÜÇGENİ / 8 – 15 – 17 RIGHT TRIANGLE

$[AB] \perp [BC]$,

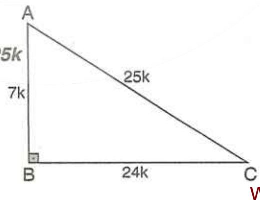
$$\left.\begin{aligned} |AB| &= 8k \\ |CB| &= 15k \end{aligned}\right\} \Rightarrow |AC| = 17k$$



7 – 24 – 25 DİK ÜÇGENİ / 7 – 24 – 25 RIGHT TRIANGLE

$[AB] \perp [BC]$,

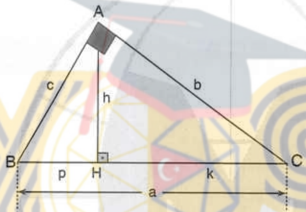
$$\left.\begin{aligned} |AB| &= 7k \\ |BC| &= 24k \end{aligned}\right\} \Rightarrow |AC| = 25k$$



ÖKLİT BAĞINTILARI / EUCLIDEAN RELATIONS

Bir dik üçgende hipotenüse ait yükseklik çizildiğinde, Öklit bağıntıları elde edilir.

In a right triangle, when the altitude to the hypotenuse is drawn, the Euclidean relations are obtained.



[AH] ⊥ [BC],
$m(\widehat{BAC}) = 90°$,
$|AH| = h$ cm,
$|BH| = p$ cm,
$|HC| = k$ cm,
$|AB| = c$ cm,
$|AC| = b$ cm,
$|BC| = a$ cm

Öklit Bağıntıları / Euclidean Relationships:

1. $h^2 = p \cdot k$ [Yükseklik özelliği / Property of altitude]

2. $c^2 = p \cdot a$ [Dış kenar özelliği / Property of exterior side]

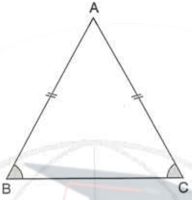
3. $b^2 = k \cdot a$ [Dış kenar özelliği / Property of exterior side]

Sonuçlar / Conclusions:

i. $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$

ii. $a \cdot h = b \cdot c$ [Alan özelliği / Property of area]

İKİZKENAR ÜÇGEN / ISOSCELES TRIANGLE



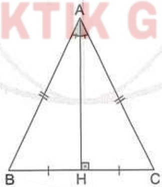
$$|AB| = |AC| \Leftrightarrow m(\widehat{B}) = m(\widehat{C})$$

İKİZKENAR ÜÇGENİN ÖZELLİKLERİ
PROPERTIES of an ISOSCELES TRIANGLE

Özellik 1 / Property 1

İkizkenar üçgende, tabana ait yükseklik aynı zamanda açıortay ve kenarortaydır.

The altitude related to the base of an isosceles triangle is also bisector and median at the same time.



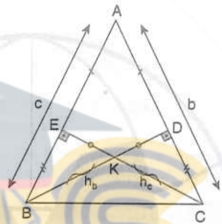
$$\left.\begin{array}{l} |AB| = |AC| \\ [AH] \perp [BC] \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} |BH| = |HC| \\ m(\widehat{BAH}) = m(\widehat{HAC}) \end{array}$$

Özellik 2 / Property 2

İkizkenar üçgende, eşit olan kenarlara ait yükseklik uzunlukları birbirine eşittir.

In an isosceles triangle, the lengths of altitudes to the equal sized sides are equal.

$$b = c \Leftrightarrow h_b = h_c$$

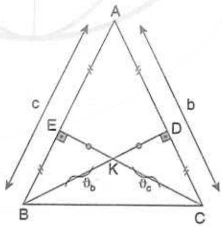


Özellik 3 / Property 3

İkizkenar üçgende, eşit olan kenarlara ait kenarortay uzunlukları birbirine eşittir.

In an isosceles triangle, the lengths of the medians to the equal sized sides are equal.

$$b = c \Leftrightarrow \vartheta_b = \vartheta_c$$

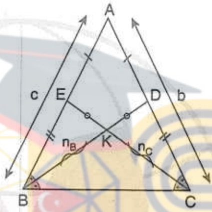


Özellik 4 / Property 4

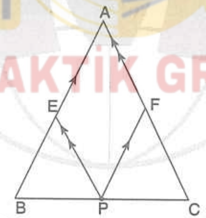
İkizkenar üçgende, eşit olan kenarlara ait açıortay uzunlukları birbirine eşittir.

In an isosceles triangle, the lengths of the bisectors to the equal sized sides are equal.

$$b = c \Leftrightarrow n_B = n_C$$

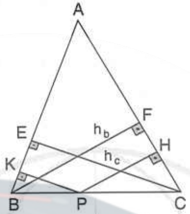


Özellik 5 / Property 5



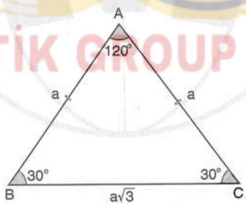
$$\left.\begin{array}{l} |AB| = |AC| \\ [PF] \parallel [AB] \\ [PE] \parallel [AC] \end{array}\right\} \Rightarrow |PF| + |PE| = |AB| = |AC|$$

Özellik 6 / Property 6



$$\left.\begin{array}{l}|AB| = |AC|,\ P \in [BC], \\ [PH] \perp [AC] \text{ ve / and } [PK] \perp [AB]\end{array}\right\} \Rightarrow |PH| + |PK| = h_b = h_c$$

Özellik 7 / Property 7



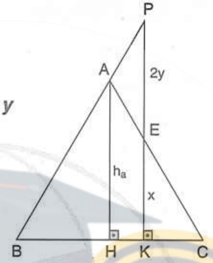
120°- 30°- 30° ikizkenar üçgeninde,

In the 120°- 30° - 30° isosceles triangle,

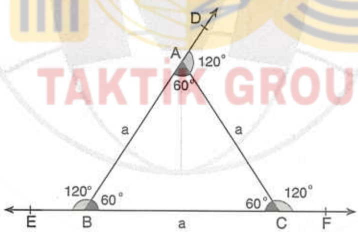
$|AB| = |AC| = a \Rightarrow \boldsymbol{|BC| = a\sqrt{3}}$

Özellik 8 / Property 8

$$\left.\begin{array}{l} [AH] \perp [BC] \\ [PK] \perp [BC] \\ [PK] \cap [AC] = \{E\} \\ |PE| = 2y, \ |EK| = x \\ |AB| = |AC| \end{array}\right\} \Rightarrow h_a = x + y$$



EŞKENAR ÜÇGEN / EQUILATERAL TRIANGLE



$$|AB| = |AC| = |BC| = a \Leftrightarrow m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = 60^\circ$$

$$\Leftrightarrow m(\widehat{A'}) = m(\widehat{B'}) = m(\widehat{C'}) = 120^\circ$$

EŞKENAR ÜÇGENİN ÖZELLİKLERİ
PROPERTIES of an EQUILATERAL TRIANGLE

Özellik 1 / Property 1

Bir eşkenar üçgende, tüm yardımcı elemanların uzunlukları birbirine eşittir.

In an equilateral triangle, length of all auxiliary elements are equal to each other.

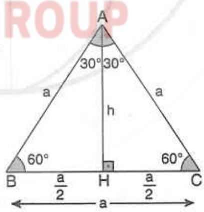
$$h_a = h_b = h_c = n_A = n_B = n_C = \vartheta_a = \vartheta_b = \vartheta_c$$

Özellik 2 / Property 2

$|AB| = |AC| = |BC| = a,$

$$\Rightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

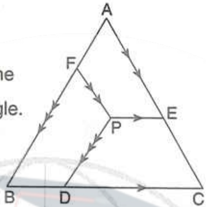
$$\Rightarrow A(\widehat{ABC}) = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



Özellik 3 / Property 3

P üçgenin iç bölgesinde herhangi bir noktadır.

P is a random point in the inner region of the triangle.

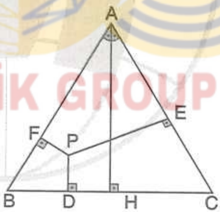


$$\left.\begin{array}{l} |AB| = |AC| = |BC| = a \\ [PE] \parallel [BC] \\ [PD] \parallel [AB] \\ [PF] \parallel [AC] \end{array}\right\} \Rightarrow |PE| + |PD| + |PF| = a$$

Özellik 4 / Property 4

P üçgenin iç bölgesinde herhangi bir noktadır.

P is a random point in the inner region of the triangle.

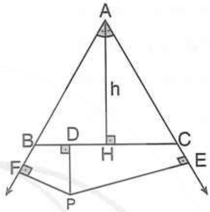


$$\left.\begin{array}{l} |AB| = |AC| = |BC| = a \\ [AH] \perp [BC] \\ [PD] \perp [BC] \\ [PE] \perp [AC] \\ [PF] \perp [AB] \end{array}\right\} \Rightarrow |PD| + |PE| + |PF| = |AH| = h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Özellik 5 / Property 5

P üçgenin dış bölgesinde herhangi bir noktadır.

P is a random point in the outer region of the triangle.

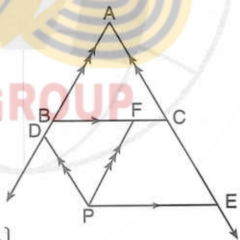


$$\left.\begin{array}{l} |AB| = |AC| = |BC| \\ [PF] \perp [AB \\ [PD] \perp [BC] \\ [PE] \perp [AC \\ [AH] \perp [BC] \end{array}\right\} \Rightarrow |PF| + |PE| - |PD| = h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Özellik 6 / Property 6

P üçgenin dış bölgesinde herhangi bir noktadır.

P is a random point in the outer region of the triangle.



$$\left.\begin{array}{l} |AB| = |AC| = |BC| = a \\ [PE] // [BC] \\ [PF] // [AD \\ [PD] // [AC \end{array}\right\} \Rightarrow |PD| + |PE| - |PF| = a$$

BÖLÜM CHAPTER 5

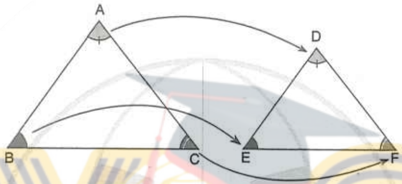
ÜÇGENLERDE BENZERLİK ve ALAN
SIMILARITY and AREA in TRIANGLES

BÖLÜM / CHAPTER 5 ....61 - 76

ÜÇGENLERDE BENZERLİK ve ALAN
SIMILARITY and AREA in TRIANGLES

- Üçgenlerde Benzerlik / Similarity in a Triangles...63 - 69
  - Benzerlik Teoremleri / The Similarity Theorems..63 - 67
  - Özel Teoremler / Special Theorems.............67 - 69
- Üçgende Alan / Area in a Triangle......................69 - 76
  - Üçgende Alan Bağıntıları / The Area Relations in Triangle............................69 - 76

ÜÇGENLERDE BENZERLİK / SIMILARITY in TRIANGLES



$$\left.\begin{array}{l} m(\widehat{A}) = m(\widehat{D}) \\ m(\widehat{B}) = m(\widehat{E}) \\ m(\widehat{C}) = m(\widehat{F}) \end{array}\right\} \text{ ve / and } \frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AC|}{|DF|} \Leftrightarrow \widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$$

[$\widehat{ABC}$ ve $\widehat{DEF}$ benzerdir. / $\widehat{ABC}$ and $\widehat{DEF}$ are similar.]

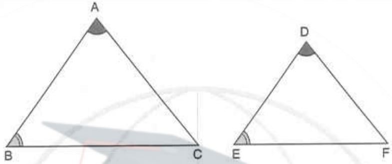
Önemli / Important

İki üçgen benzer ise, bu üçgenlerin benzer kenarlarının ortak oranı, benzerlik oranı olarak adlandırılır.

If two triangles are similar, the common ratio of their corresponding sides is called the ratio of similitude.

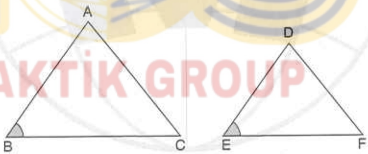
BENZERLİK TEOREMLERİ / THE SIMILARITY THEOREMS

AÇI – AÇI (A.A.) BENZERLİK TEOREMİ
THE ANGLE – ANGLE (A.A.) SIMILARITY THEOREM



$$\left.\begin{array}{l} m(\widehat{A}) = m(\widehat{D}) \\ m(\widehat{B}) = m(\widehat{E}) \end{array}\right\} \Leftrightarrow \widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}\,(A.A.)$$

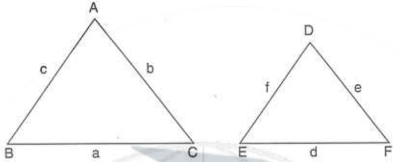
KENAR – AÇI – KENAR (K.A.K.) BENZERLİK TEOREMİ
THE SIDE – ANGLE – SIDE (S.A.S.) SIMILARITY THEOREM



$$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} \text{ ve (and)}$$

$$m(\widehat{B}) = m(\widehat{E}) \Leftrightarrow \widehat{ABC} \sim \widehat{DEF} \quad (K.A.K)$$

KENAR – KENAR – KENAR (K.K.K.) BENZERLIK TEOREMI
SIDE – SIDE – SIDE (S.S.S.) SIMILARITY THEOREM



$$\frac{|BC|}{|EF|}=\frac{|AC|}{|DF|}=\frac{|AB|}{|DE|}\left(\frac{a}{d}=\frac{b}{e}=\frac{c}{f}\right)\Leftrightarrow \widehat{ABC}\sim\widehat{DEF}\ (K.K.K)$$

TEMEL BENZERLIK TEOREMI / THE BASIC SIMILARITY THEOREM

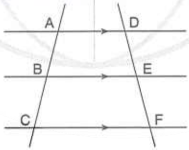
$[DE]//[BC]$,

$\widehat{ADE}\sim\widehat{ABC}$

$$\frac{|AD|}{|AB|}=\frac{|AE|}{|AC|}=\frac{|DE|}{|BC|}$$

$$\frac{|AD|}{|DB|}=\frac{|AE|}{|EC|}$$

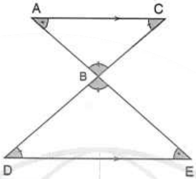
1. THALES TEOREMİ / 1st THALES THEOREM



$$[AD]\ //\ [BE]\ //\ [CF]\ \Rightarrow\ \frac{|AB|}{|BC|}=\frac{|DE|}{|EF|}$$

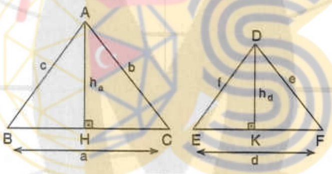
$$\frac{|AB|}{|AC|}=\frac{|DE|}{|DF|}$$

2. THALES TEOREMİ / 2nd THALES THEOREM



$$[AC] \parallel [DE], \quad \frac{|AB|}{|BE|} = \frac{|CB|}{|BD|} = \frac{|AC|}{|DE|}$$

Sonuçlar / Conclusions



1. $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF} \Leftrightarrow \frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} = k$

(k benzerlik oranıdır. / k is the ratio of similitude.)

2. $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF} \Leftrightarrow \frac{h_a}{h_d} = \frac{h_b}{h_e} = \frac{h_c}{h_f} = k$

3. $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF} \Leftrightarrow \frac{\vartheta_a}{\vartheta_d} = \frac{\vartheta_b}{\vartheta_e} = \frac{\vartheta_c}{\vartheta_f} = k$

4. $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF} \Leftrightarrow \frac{n_A}{n_D} = \frac{n_B}{n_E} = \frac{n_C}{n_F} = k$

5. $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF} \Leftrightarrow \dfrac{\text{Çevre / The Perimeter}\left(\widehat{ABC}\right)}{\text{Çevre / The Perimeter}\left(\widehat{DEF}\right)} = k$

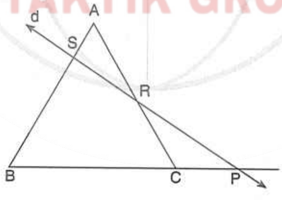
6. $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF} \Leftrightarrow \dfrac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{DEF})} = k^2$

ÖZEL TEOREMLER / SPECIAL THEOREMS

MENELAUS TEOREMİ / MENELAUS THEOREM

Bir ABC üçgeninin BC kenarının uzantısı ile [AB] ve [AC] kenarını kesen d doğrusu verildiğinde aşağıdaki eşitlik vardır. Bu eşitliğe **Menelaus Toremi** denir.

If the extention of side [BC] in the triangle ABC intersects with a line like d which cuts sides [AB], [AC] sides, the following equation can be obtained. This equation is called **Menelaus Theorem**.



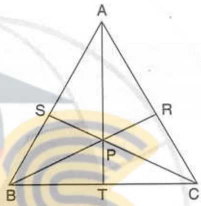
$$\frac{|PC|}{|PB|} \cdot \frac{|BS|}{|AS|} \cdot \frac{|AR|}{|CR|} = 1 \text{ veya / or } \frac{|AS|}{|AB|} \cdot \frac{|BC|}{|CP|} \cdot \frac{|PR|}{|RS|} = 1$$

SEVA TEOREMİ / CEVA THEOREM

Şekildeki ABC üçgeninde **Seva Teoremi** uygulanırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir.

If we apply **Ceva Theorem** for the triangle ABC in the figure, the following equation will be obtained.

$$\frac{|AS|}{|BS|} \cdot \frac{|BT|}{|CT|} \cdot \frac{|CR|}{|AR|} = 1$$

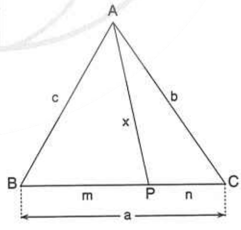


STEWART TEOREMİ / STEWART THEOREM

Şekildeki ABC üçgeninde **Stewart Teoremi** uygulanırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir.

If we apply **Stewart Theorem** in the triangle ABC in the figure, the following equation will be obtained.

$$x^2 = \frac{b^2 \cdot m + c^2 \cdot n}{a} - m \cdot n$$

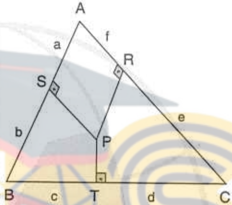


CARNOT TEOREMİ / CARNOT THEOREM

Şekildeki ABC üçgeninde **Carnot Teoremi** uygulanırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir.

If we apply **Carnot Theorem** in the triangle ABC in the figure, the following equation will be obtained.

$$a^2 + c^2 + e^2 = b^2 + d^2 + f^2$$



ÜÇGENDE ALAN / AREA in a TRIANGLE

ÜÇGENDE ALAN BAĞINTILARI
THE AREA RELATIONS in a TRIANGLE

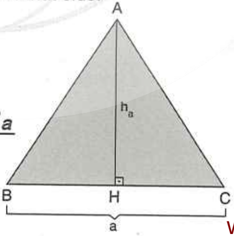
Bir üçgenin alanı, bir kenar ve o kenara ait yüksekliğinin çarpımının yarısına eşittir.

The area of a triangle is equalt to half the product of the height to a side and the length of that side.

a : taban / base

h_a : yükseklik / height

$$[AH] \perp [BC], \quad A(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

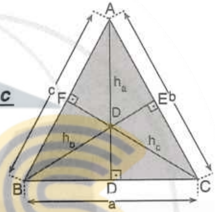


Önemli / Important

$$m(\widehat{A}) = 90^\circ \Rightarrow \text{Alan / Area} = \frac{|BA| \cdot |AC|}{2}$$

FARKLI TABANLARA GÖRE ALAN
AREA with RESPECT to DIFFERENT BASES

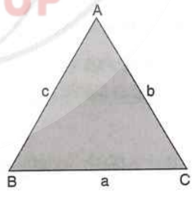
$$A(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$



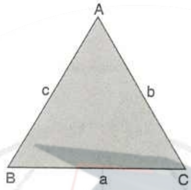
TÜM KENAR UZUNLUKLARI BİLİNEN ÜÇGENİN ALANI
THE AREA of TRIANGLE whose ALL SIDE LENGTHS are KNOWN

$$2u = a + b + c \Rightarrow u = \frac{a+b+c}{2}$$

$$A(\widehat{ABC}) = \sqrt{u.(u-a).(u-b).(u-c)}$$



İKİ KENARI ve BU KENARLAR ARASINDAKİ KALAN AÇISI BİLİNEN ÜÇGENİN ALANI
THE AREA of a TRIANGLE whose LENGTH of TWO SIDES and MEASURE of the ANGLE BETWEEN THEM are KNOWN



$$A(\widehat{ABC}) = \frac{b \cdot c}{2} \cdot \sin \widehat{A} = \frac{a \cdot c}{2} \cdot \sin \widehat{B} = \frac{a \cdot b}{2} \cdot \sin \widehat{C}$$

Önemli / Important

A, B veya C açılarından herhangi biri 90° ise, sin90° = 1 olduğundan, üçgenin alanı en büyük değerini alır ve aşağıdaki bağıntılarla hesaplanır.

If any one of angles A, B or C is 90°, the area of the triangle takes its maximum value as sin90 ° = 1, and calculated using relations below.

$$m(\widehat{A}) = 90° \Rightarrow A(\widehat{ABC}) = \frac{b \cdot c}{2}$$

$$m(\widehat{B}) = 90° \Rightarrow A(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot c}{2}$$

$$m(\widehat{C}) = 90° \Rightarrow A(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot b}{2}$$

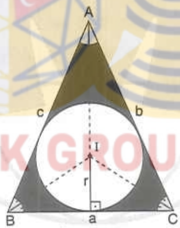
Önemli bazı açıların sinüs değerleri / Sinus values of some important angles:

$$\sin 30° = \sin 150° = \frac{1}{2}$$

$$\sin 45° = \sin 135° = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 60° = \sin 120° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

İÇ TEĞET ÇEMBERİNİN YARIÇAPI r ve ÇEVRESİ 2u OLAN ÜÇGENİN ALANI
THE AREA of a TRIANGLE with INCIRCLE RADIUS of r and PERIMETER of 2u

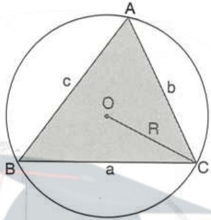


$$\left.\begin{aligned} 2u &= a+b+c \\ u &= \frac{a+b+c}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow A(\widehat{ABC}) = u \cdot r$$

$$\Rightarrow \frac{A(\widehat{AIB})}{c} = \frac{A(\widehat{AIC})}{b} = \frac{A(\widehat{BIC})}{a}$$

ÇEVREL ÇEMBERİNİN YARIÇAPI R OLAN ÜÇGENİN ALANI
THE AREA of a TRIANGLE with CIRCUMCIRCLE RADIUS of R

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$$

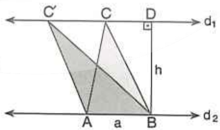


Sonuç 1 / Conclusion 1

Yükseklikleri ve taban uzunlukları eşit olan üçgenlerin alanları da eşittir.

Two areas of two triangles with equal altitudes and base lengths are equal.

$$d_1 // d_2 \Rightarrow A(\widehat{ABC}) = A(\widehat{ABC'})$$

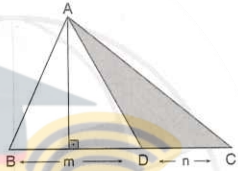


Sonuç 2 / Conclusion 2

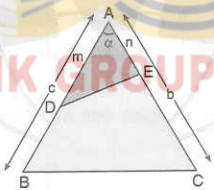
Yükseklikleri eşit olan üçgenlerin alanlarının oranı; o yüksekliğe ait taban uzunlukları oranına eşittir.

The ratio of the areas of two triangles with equal altitudes is equal to the ratio of length of their bases related to that altitude.

$$\frac{A(\widehat{ABD})}{A(\widehat{ADC})} = \frac{m}{n}$$



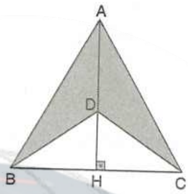
Sonuç 3 / Conclusion 3



$$\frac{A(\widehat{ADE})}{A(\widehat{ABC})} = \frac{\frac{1}{2}\cdot m\cdot n\cdot \sin\alpha}{\frac{1}{2}\cdot b\cdot c\cdot \sin\alpha} = \frac{m\cdot n}{b\cdot c}$$

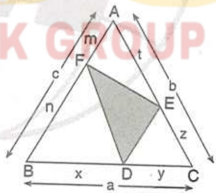
Sonuç 4 / Conclusion 4

$$A(ABDC) = \frac{|BC| \cdot |AD|}{2}$$



Sonuç 5 / Conclusion 5

$$\frac{A(\widehat{DEF})}{A(\widehat{ABC})} = \frac{x \cdot z \cdot m + y \cdot t \cdot n}{a \cdot b \cdot c}$$

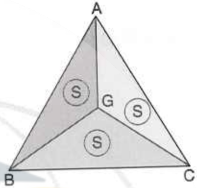


Sonuç 6 / Conclusion 6

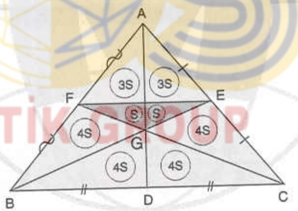
G noktası, ABC üçgeninin ağırlık merkezidir.

Point G is center of the gravity in ABC.

$$A(\widehat{AGB}) = A(\widehat{AGC}) = A(\widehat{BGC})$$



Sonuç 7 / Conclusion 7



G noktası, ABC üçgeninin ağırlık merkezidir.

Point G is center of the gravity in ABC.

BÖLÜM CHAPTER 6

ÜÇGENDE AÇI – KENAR BAĞINTILARI
ANGLE – SIDE RELATIONS in a TRIANGLE

BÖLÜM / CHAPTER 6 ....77 - 82

ÜÇGENDE AÇI – KENAR BAĞINTILARI
ANGLE – SIDE RELATIONS in a TRIANGLE

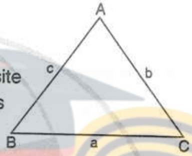
- Üçgende Açı – Kenar Bağıntıarı /
  Angle – Side Relations in a Triangle.....................79 - 82

ÜÇGENDE AÇI – KENAR BAĞINTILARI
ANGLE – SIDE RELATIONS in a TRIANGLE

Özellik 1 / Property 1

Bir üçgende, büyük açı karşısında uzun kenar, küçük açı karşısında kısa kenar bulunur.

In a triangle, the large side is opposite the large angle and the small side is opposite the small angle.

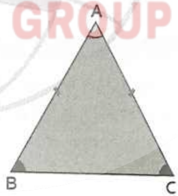


$$m(\widehat{A}) > m(\widehat{B}) > m(\widehat{C}) \Leftrightarrow a > b > c$$

Özellik 2 / Property 2

İkizkenar üçgende olduğu gibi eşit açıların karşısındaki kenarların uzunlukları da eşittir.

The length of sides opposite equal angles are equal as in isosceles triangle.



$$m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) \Leftrightarrow |AB| = |AC|$$

$$m(\widehat{A}) < m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) \Leftrightarrow |BC| < |AB| = |AC|$$

$$m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) < m(\widehat{A}) \Leftrightarrow |AB| = |AC| < |BC|$$

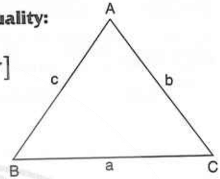
Özellik 3 / Property 3

Üçgen Eşitsizliği / Triangle Inequality:

$|b-c| < a < b+c$

$|a-c| < b < a+c \quad ...[a,b,c \in R^+]$

$|b-a| < c < a+b$



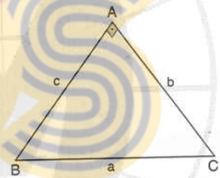
Özellik 4 / Property 4

Bir dik üçgenin kenarları arasında aşağıdaki ilişki vardır.

The following relation exists among the sides of a right triangle.

[Pisagor bağıntısı
Pythagoras Theorem]

$m(\widehat{A}) = 90^\circ \Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2$

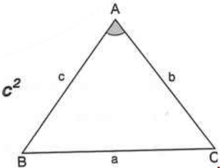


Özellik 5 / Property 5

A açısı geniş açı ise aşağıdaki ilişki vardır.

If A is an obtuse angle, the following relation exists.

$m(\widehat{A}) > 90^\circ \Leftrightarrow a^2 > b^2 + c^2$

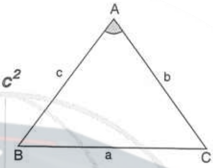


Özellik 6 / Property 6

A açısı dar açı ise aşağıdaki ilişki vardır.

If A is an acute angle, the following relation exists.

$$m(\widehat{A}) < 90^\circ \Leftrightarrow a^2 < b^2 + c^2$$



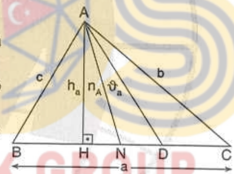
Özellik 7 / Property 7

[AH]: Yükseklik
Height

[AN]: Açıortay
Bisector

[AD]: Kenarortay
Median

$$\Rightarrow \begin{cases} h_a \le n_A \le \vartheta_a \\ h_b \le n_B \le \vartheta_b \\ h_c \le n_C \le \vartheta_c \end{cases}$$

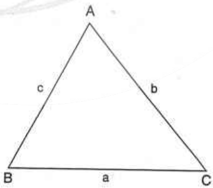


Özellik 8 / Property 8

$$h_a \le h_b \le h_c$$

$$a \ge b \ge c \Leftrightarrow n_A \le n_B \le n_C$$

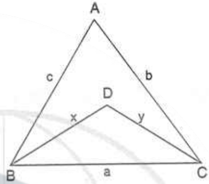
$$\vartheta_a \le \vartheta_b \le \vartheta_c$$



Özellik 9 / Property 9

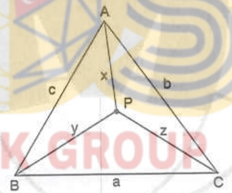
İç İçe Geçmiş Üçgenlerde Kenarlar Arasındaki İlişki
The Relationship Between The Sides of The Nested Triangles:

$$a < x + y < b + c$$



Özellik 10 / Property 10

Üçgenin içindeki bir noktadan üçgenin köşe noktalarına çizilen doğrular ile kenar uzunlukları arasındaki ilişki:
The relation between length of the lines drawn from any point inside the triangle to the corners and length of the sides:



$a, b, c \in R^+$,

Çevre / The perimeter (ABC) = a + b + c,

$$\frac{a+b+c}{2} < x + y + z < a + b + c$$

$a, b, c \in Z^+$,

Çevre / The perimeter (ABC) = a + b + c,

$\frac{a+b+c}{2} < x + y + z <$ **En uzun iki kenarın toplamı / Sum of two longest sides**

BÖLÜM CHAPTER 7

ÇOKGENLER ve DÖRTGENLER
POLYGONS and QUADRANGLES

BÖLÜM / CHAPTER 7 ....83 - 98

ÇOKGENLER ve DÖRTGENLER
POLYGONS and QUADRANGLES

- Çokgenler / Polygons....................85 - 92
  - Konveks Çokgenin Özellikleri / Properties of a Convex Polygon....................88 - 89
  - Düzgün Çokgen / Regular Polygon....................90 - 92
- Dörtgenler / Quadrangles....................93 - 98
  - Dörtgenlerin Özellikleri / Properties of Quadrangles....................95 - 98

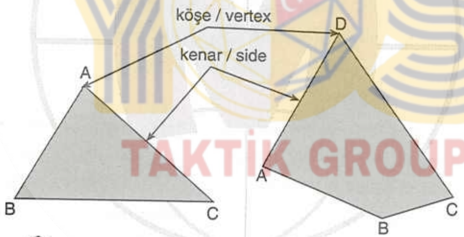
BÖLÜM 07 CHAPTER

ÇOKGENLER ve DÖRTGENLER
POLYGONS and QUADRANGLES

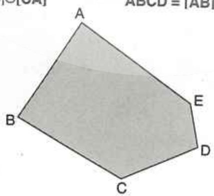
ÇOKGENLER / POLYGONS

Tanım: Düzlemde, doğru parçalarının bitim noktalarının birleşiminden oluşan kapalı şekle **çokgen** denir. Doğru parçalarına çokgenin **kenarları**, iki kenarın birleştiği noktalara çokgenin **köşeleri** denir.

Definition: A **polygon** is a closed figure in a plane that is composed of line segments that meet only at their endpoints. The line segments are called **sides of the polygon**, and a point where two sides meet is called a **vertex** (plural vertices) of the polygon.



$\widehat{ABC} = [AB] \cup [BC] \cup [CA]$ $\qquad$ $ABCD = [AB] \cup [BC] \cup [CD] \cup [DA]$

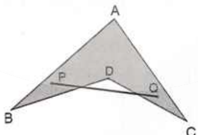


Çokgenler, kenar sayılarına göre adlandırılır: 3 kenarlı çokgen **üçgen,** 4 kenarlı çokgen **dörtgen**, beş kenarlı çokgen **beşgen**, 6 kenarlı çokgen **altıgen**. n-gen, n kenarlı çokgen şeklinde tanımlanır. Çokgenlerde açıların sayısı, kenarların sayısına eşittir. Bu nedenle, bir altıgen, 6 açıya sahiptir.

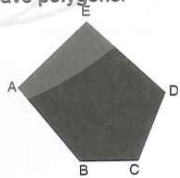
Polygons are named according to the number of their sides: A three-sided polygon is called a **triangle**; a four-sided polygon is a **quadrangle**; a five-sided polygon is a **pentagon**; a six-sided polygon is a **hexagon**. The term n-gon refers to a polygon with n sides. The number of angles is always equal to the number of sides in a polygon, so a six-sided polygon, which has six angles.

Bir çokgenin iç bölgesindeki herhangi iki nokta birleştirildiğinde meydana gelen doğru parçası daima çokgenin iç bölgesinde kalıyorsa bu tür çokgenlere **konveks (dışbükey) çokgen**, konveks olmayan çokgenlere ise **konkav (içbükey) çokgen** denir.

If a line segment formed by connecting any two points inside a polygon lies entirely inside the polygon, this type of polygon is called a **konvex polygon**. The polygons which are not convex are called **concave polygons**.



Konkav çokgen
Concave polygon



Konveks çokgen
Convex polygon

Önemli / Important

Sorularda kullanılacak çokgen türü genellikle konveks (dış bükey) çokgendir. Bu yüzden çokgen denildiğinde konveks (dış bükey) çokgen anlaşılmaktadır.

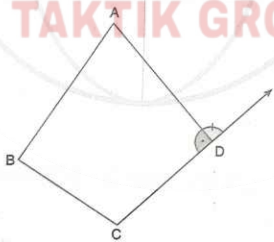
The kind of polygon which is used in questions is mostly convex polygon. So when the word "polygon" is said, convex polygon should be taken into consideration.

İç açı: Bir çokgenin iki ardışık kenarı arasında kalan açıya iç açı denir. $(\widehat{ADC})$

Interior angle: The angle formed by two consecutive sides of the polygon is called interior angle. $(\widehat{ADC})$

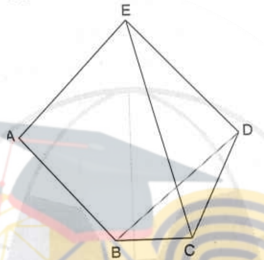
Dış açı: Bir iç açının komşu bütünleri olan açıdır. $(\widehat{ADE})$

Exterior angle: Is the adjacent supplemantary angle of the interior angle. $(\widehat{ADE})$



Köşegen: Bir çokgende ardışık olmayan iki köşeyi birleştiren doğru parçasına **köşegen** denir.

Diagonal: Straight line segment joining any two nonadjacent vertices in a polygon is called a **diagonal.**



Şekilde, [EC] ve [BD] birer köşegendir.

In the figure, [EC] and [BD] are diagonal.

KONVEKS ÇOKGENİN ÖZELLİKLERİ
PROPERTIES of a CONVEX POLYGON

Özellik 1 / Property 1

n kenarlı konveks bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $(n-2)\cdot 180°$ dir.

The sum of the measures of the interior angles of an n-sided polygon is $(n-2)\cdot 180°$.

Özellik 2 / Property 2

Her konveks çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamı $360°$ dir.

The sum of the measures of the exterior angles of any convex polygon is $360°$.

Özellik 3 / Property 3

n kenarlı konveks bir çokgenin tüm köşegenlerinin sayısı:

$$\binom{n}{2}-n=\frac{n\cdot(n-3)}{2}$$

The total number of all diagonals of an n-sided polygon is:

$$\binom{n}{2}-n=\frac{n\cdot(n-3)}{2}$$

Özellik 4 / Property 4

n kenarlı konveks bir çokgenin bir köşesinden (n – 3) tane köşegen çizilir. Bu köşegenler çokgeni, *(n – 2)* tane üçgensel bölgeye ayırır.

For an n-sided polygon, we can draw at most (n – 3) diagonals from one vertex and these diagonals split the polygon into **(n – 2)** triangular regions.

Özellik 5 / Property 5

Çokgenin çevresi, kenarlarının uzunluklarının toplamına eşittir.

The perimeter of the polygon is the sum of a the lengths of the sides of it.

DÜZGÜN ÇOKGEN / REGULAR POLYGON

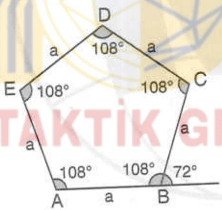
Tanım: Kenar uzunlukları aynı, iç açı ölçüleri ve dolayısıyla dış açı ölçüleri eşit olan çokgenlere **düzgün çokgen** denir.

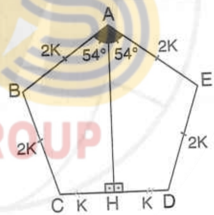
Definition: If the sides of a polygon are all equal in length and if all the interior angles and therefore exterior angles of a polygon are equal, the polygon is called a **regular polygon.**

- kenar sayısı / the number of sides: n
- Bir dış açının ölçüsü / The measure of an exterior angle: $\frac{360^\circ}{n}$
- Bir iç açının ölçüsü / The measure of an interior angle: $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$

veya / or $\frac{(n-2)\cdot 180^\circ}{n}$

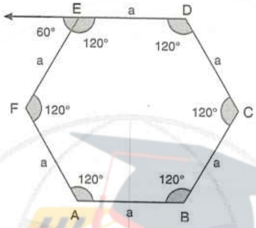
DÜZGÜN BEŞGEN / REGULAR PENTAGON



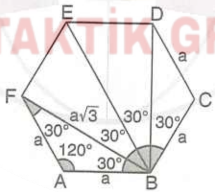


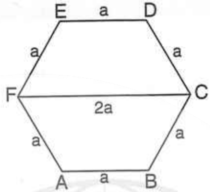
- n = 5 (kenar sayısı / the number of sides)
- $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$ (dış açı / exterior angle)
- $180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$ (iç açı / interior angle)
- Tüm köşegen uzunlukları birbirine eşittir.
  All diagonal lengths are equal to each other.

DÜZGÜN ALTIGEN / REGULAR HEXAGEN



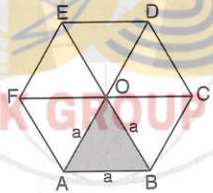
- $n = 6$ (kenar sayısı / the number of sides)
- $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$ (dış açı / exterior angle)
- $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ (iç açı / interior angle)
-





$$|FC| = |EB| = |AD| = 2a$$

*[En uzun **köşegenler** / The longest **diagonals**]*



$$A(ABCDEF) = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

DÖRTGENLER / QUADRANGLES

Tanım: Dörtgen; dört kenarlı bir çokgendir.

Definition: A quadrangle is a polygon with four sides.

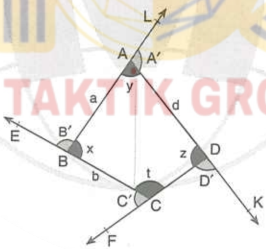
$ABCD = [AB] \cup [BC] \cup [CD] \cup [DA]$

$\widehat{BAD} = y, \widehat{ABC} = x, \widehat{BCD} = t$ ve $\widehat{CDA} = z$ açıları şekildeki dörtgenin iç açılarıdır.

$\widehat{BAD} = y, \widehat{ABC} = x, \widehat{BCD} = t$ and $\widehat{CDA} = z$ are the interior angles of the quadrangle in the figure.

$\widehat{LAD} = A', \widehat{LBE} = B', \widehat{FCE} = C', \widehat{KDF} = D'$ açıları şekildeki dörtgenin dış açılarıdır.

$\widehat{LAD} = A', \widehat{LBE} = B', \widehat{FCE} = C', \widehat{KDF} = D'$ are the exterior angles of the quadrangle in the figure.

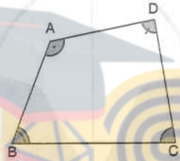


DÖRTGENLERİN ÖZELLİKLERİ
PROPERTIES of QUADRANGLES

Özellik 1 / Property 1

Bir konveks dörtgenin, iç açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.

The sum of the measures of the interior angles of a convex quadrangle is 360°.

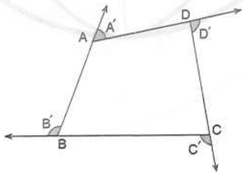


$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) + m(\widehat{D}) = 360^\circ$$

Özellik 2 / Property 2

Bir konveks dörtgenin, dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.

The sum of the measures of the exterior angles of a convex quadrangle is 360°.

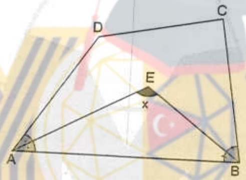


$$m(\widehat{A'}) + m(\widehat{B'}) + m(\widehat{C'}) + m(\widehat{D'}) = 360^\circ$$

Özellik 3 / Property 3

Bir konveks dörtgende bir kenara ait iki iç açının iç açıortaylarının belirttiği açının ölçüsü, diğer iki iç açının ölçüleri toplamının yarısına eşittir.

The measure of angle staded by the bisectors of two interior angles of a convex quadrangle related to one side is equal to half of the sum of quadrangle's remaining two interior angles.



$$m(\widehat{AEB}) = x = \frac{m(\widehat{C}) + m(\widehat{D})}{2}$$

Özellik 4 / Property 4

Bir konveks dörtgende karşılıklı iki açının açıortayları arasında oluşan <u>dar açının</u> ölçüsü, diğer iki açının ölçüleri farkının mutlak değerinin yarısına eşittir.

The measure of the <u>acute</u> angle staded by two opposite interior angle bisectors in a convex quadrangle is equal to half of absolute value of difference of quadrangle's remaining two interior angles.

iii. ABCD dörtgeninde köşegenler dik ise, PQRT dikdörtgendir.

If the diagonals of the quadrangle ABCD are perpendicular then PQRT is a rectangle.

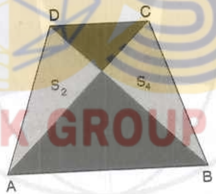
iv. ABCD eşkenar dörtgen veya köşegen uzunlukları eşit ise, PQRT karedir.

If ABCD is an equilateral quadrangle or have equal diagonals, then PQRT is a square.

Özellik 8 / Property 8

Şekildeki S_1, S_2, S_3, S_4 alanları arasındaki ilişki yanda verilmiştir.

The relation between the areas S_1, S_2, S_3, S_4 in the figure is given beside.



$$\left.\begin{aligned} A(\widehat{DEC}) &= S_1 \\ A(\widehat{BEC}) &= S_4 \\ A(\widehat{ADE}) &= S_2 \\ A(\widehat{ABE}) &= S_3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} \frac{S_1}{S_4} &= \frac{|ED|}{|EB|} \\ \frac{S_2}{S_3} &= \frac{|ED|}{|EB|} \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\Rightarrow \frac{S_1}{S_4} = \frac{S_2}{S_3} \\ &\Rightarrow S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4 \end{aligned}$$

BÖLÜM 8
CHAPTER 8

PARALELKENAR ve EŞKENAR DÖRTGEN
PARALLELOGRAM and EQUILATERAL QUADRANGLE

BÖLÜM / CHAPTER 8 ....101- 112

PARALELKENAR ve EŞKENAR DÖRTGEN
PARALLELOGRAM and EQUILATERAL QUADRANGLE

- Paralelkenar / Parallelogram............................101 - 110
  - Paralelkenarın Özellikleri
    Properties of a Parallelogram ....101 - 107
  - Bir Paralelkenarın Alanı
    The Area of a Parallelogram............................107 - 110
- Eşkenar Dörtgen / Equilateral Quadrangle......110 - 112
  - Eşkenar Dörtgenin Özellikleri
    Properties of an Equilateral Quadrangle.........110 - 112

BÖLÜM 08 CHAPTER

PARALELKENAR ve EŞKENAR DÖRTGEN
PARALLELOGRAM and EQUILATERAL QUADRANGLE

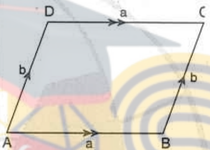
PARALELKENAR / PARALLELOGRAM

Tanım: Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgene **paralelkenar** denir.

Definition: A quadrangle which its oposite sides are parallel is called a **parallelogram.**

[AB] // [DC]

[AD] // [BC]

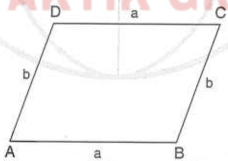


PARALELKENARIN ÖZELLİKLERİ / PROPERTIES of a PARALLELOGRAM

Özellik 1 / Property 1

Paralelkenarın karşılıklı kenarları birbirine eşittir.

Opposite sides of a parallelogram are equal in length.



$$|AB| = |DC|$$

$$|AD| = |BC|$$

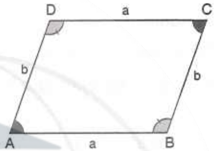
Çevre / The perimeter $(ABCD) = 2\cdot(a + b)$

Özellik 2 / Property 2

Paralelkenarın karşılıklı açıları birbirine eşittir.

Opposite angles of a parallelogram are equal in length in measurement.

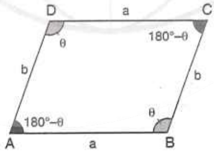
$$m(\widehat{A}) = m(\widehat{C})$$
$$m(\widehat{B}) = m(\widehat{D})$$



Özellik 3 / Property 3

Paralelkenarda komşu açılar, birbirini 180° ye tamamlar.

In a parallelogram, the adjacent angles add up to 180°.

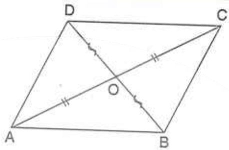


$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ$$
$$m(\widehat{C}) + m(\widehat{D}) = m(\widehat{D}) + m(\widehat{A}) = 180^\circ$$

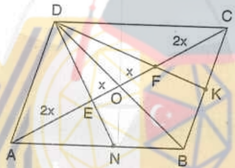
Özellik 4 / Property 4

|AO| = |OC|

|BO| = |OD|

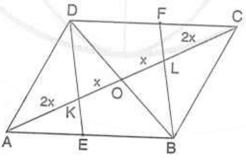


Özellik 5 / Property 5



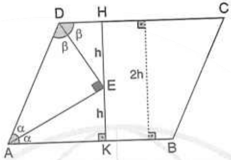
|AN| = |NB|
|BK| = |KC| ⇒ ***|AE| = |EF| = |FC| ve / and |EO| = |OF|***

Özellik 6 / Property 6



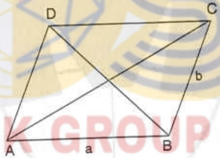
|AE| = |EB|
|DF| = |FC| ⇒ ***|AK| = |KL| = |LC| ve / and |KO| = |OL|***

Özellik 7 / Property 7



$$2 \cdot \alpha + 2 \cdot \beta = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow |HE| = |EK|$$

Özellik 8 / Property 8

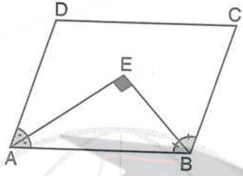


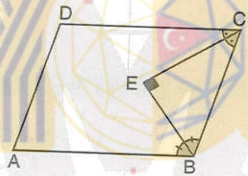
$|AC| = e, |BD| = f$

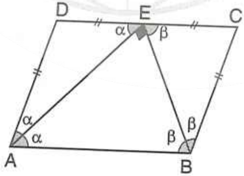
$|AB| = a, |BC| = b$

$$\Rightarrow e^2 + f^2 = 2 \cdot (a^2 + b^2)$$

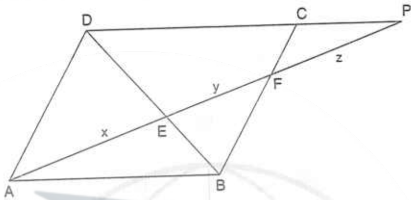
Özellik 9 / Property 9







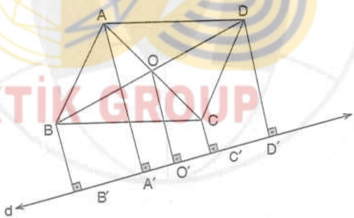
Özellik 10 / Property 10



$\widehat{AEB} \sim \widehat{PED}$, $\widehat{BEF} \sim \widehat{DEA}$

$$\Rightarrow |AE|^2 = |EF| \cdot |EP| \Leftrightarrow x^2 = y \cdot (y + z)$$

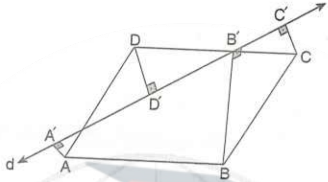
Özellik 11 / Property 11



ABCD paralelkenar / parallelogram

$$|AA'| + |CC'| = |BB'| + |DD'| = 2|OO'|$$

Özellik 12 / Property 12

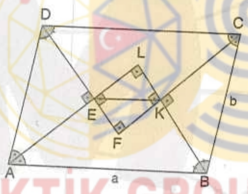


ABCD paralelkenar / parallelogram

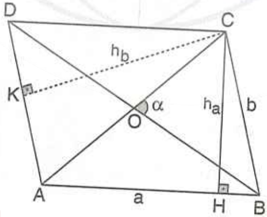
$|AA'| + |CC'| = |BB'| - |DD'|$

Özellik 13 / Property 13

$|EK| = a - b$



BİR PARALELKENARIN ALANI
THE AREA of a PARALLELOGRAM



ABCD bir paralelkenardır. / ABCD is a parallelogram.

$A(ABCD) = a \cdot h_a = b \cdot h_b$

$|AC| = f$ ve / and $|BD| = e$

$$A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f \cdot \sin\alpha$$

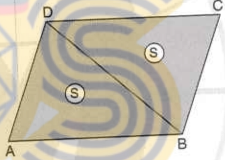
$A(ABCD) = a \cdot b \cdot \sin(\widehat{A}) = a \cdot b \cdot \sin(\widehat{D})$ $[m(\widehat{A}) + m(\widehat{D}) = 180°]$

Sonuç 1 / Conclusion 1

Bir paralelkenarın köşegenlerinden biri, paralelkenarı, alanları eşit iki üçgensel bölgeye ayırır.

A diagonal divides the parallelogram into two triangular regions with equal areas.

$A(\widehat{ABD}) = A(\widehat{BCD}) = S$



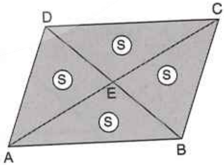
Sonuç 2 / Conclusion 2

Köşegenler, paralelkenarı alanları eşit dört üçgensel bölgeye ayırır.

The diagonals of a parallelogram divide the parallelogram into four triangular regions with equal areas.

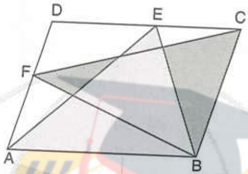
$A(\widehat{AED}) = A(\widehat{AEB}) = S$

$A(\widehat{EBC}) = A(\widehat{ECD}) = S$



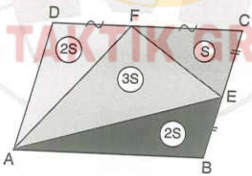
Sonuç 3 / Conclusion 3

ABCD parelelkenarı için aşağıdaki eşitlikler yazılabilir.
For the parallelogram ABCD we can write following equalities.



$$E \in [DC],\ F \in [AD] \Rightarrow A(\widehat{EAB}) = A(\widehat{FCB}) = \frac{A(ABCD)}{2}$$

Sonuç 4 / Conclusion 4



$|BE| = |EC|$,

$|DF| = |FC|$,

$$A(\widehat{CEF}) = S \Rightarrow A(\widehat{AEF}) = 3S,\ A(\widehat{ADF}) = A(\widehat{ABE}) = 2S$$

Sonuç 5 / Conclusion 5

$|AF| = |FB|$,

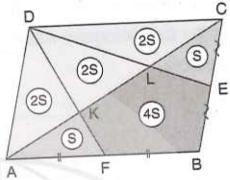
$|BE| = |EC|$,

$A(FKLEB) = 4S$

$\Rightarrow A(\widehat{CLE}) = A(\widehat{AKF}) = S,$

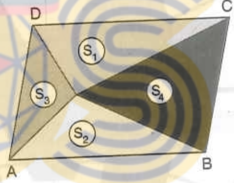
$A(\widehat{DAK}) = 2S$,

$A(\widehat{DKL}) = A(\widehat{DLC}) = 2S$

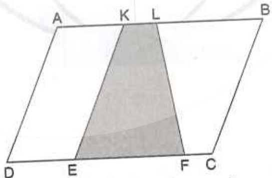


Sonuç 6 / Conclusion 6

$S_1 + S_2 = S_3 + S_4$



Sonuç 7 / Conclusion 7



$[AB] \,//\, [DC]$, $[AD] \,//\, [BC] \Rightarrow \dfrac{A(EFLK)}{A(ABCD)} = \dfrac{|KL| + |EF|}{2 \cdot |AB|}$

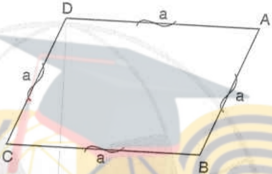
EŞKENAR DÖRTGEN / EQUILATERAL QUADRANGLE

Tanım: Kenar uzunlukları eşit olan paralelkenara **eşkenar dörtgen** denir. Paralelkenarın tüm özelliklerini taşır.

Definition: A parallelogram with sides of equal length is called an **equilateral quadrangle**. It holds all of the properties of a parallelogram.

[AB] // [CD]

[BC] // [AD]

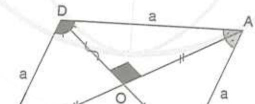


EŞKENAR DÖRTGENİN ÖZELLİKLERİ / PROPERTIES of an EQUILATERAL QUADRANGLE

Özellik 1 / Property 1

Eşkenar dörtgende, köşegenler birbirini dik ortalar. Eşkenar dörtgende, köşegenler karşılıklı açıların açıortaylarıdır.

The diagonals of an equilateral quadrangle cut each other in half, perpendicularly. The diagonals of an equilateral quadrangle are also the bisectors of the opposite angles.



$[AC] \perp [BD]$, $|OA| = |OC|$, $|OB| = |OD|$

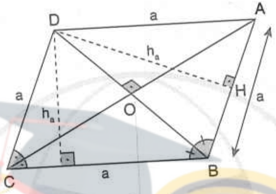
$$m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{DCA}) = m(\widehat{ACB})$$

$$m(\widehat{ADB}) = m(\widehat{CDB}) = m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{CBD})$$

Özellik 2 / Property 2

Bir Eşkenar Dörtgenin Alanı

Area of an Equilateral Quadrangle:



$$\left.\begin{array}{l} |AB| = |BC| = |CD| = |AD| = a \\ |AC| = e,\ |BD| = f,\ |DH| = h_a \end{array}\right\} \Rightarrow A(ABCD)$$

$$= a \cdot h_a = \frac{e \cdot f}{2}$$

$$= a^2 \cdot \sin(\widehat{DAB})$$

BÖLÜM CHAPTER 9

DİKDÖRTGEN ve KARE
RECTANGLE and SQUARE

BÖLÜM / CHAPTER 9 ....115 - 118

DİKDÖRTGEN ve KARE
RECTANGLE and SQUARE

- Dikdörtgen / Rectangle....................................115 - 117
  - Dikdörtgenin Çevresi ve Alanı / The Perimeter and Area of a Rectangle.................115
  - Dikdörtgenin Köşegen Uzunlukları / The Length of the Diagonals of a Rectangle....116 - 117
- Kare / Square..117 - 118
  - Karenin Çevresi ve Alanı / The Perimeter and Area of a Square.........................118
  - Karenin Köşegen Uzunlukları / The Length of the Diagonals of a Square.................118

BÖLÜM CHAPTER 9

DİKDÖRTGEN ve KARE
RECTANGLE and SQUARE

BÖLÜM / CHAPTER 9 ....115 - 118

DİKDÖRTGEN ve KARE
RECTANGLE and SQUARE

- Dikdörtgen / Rectangle..115 - 117
  - Dikdörtgenin Çevresi ve Alanı / The Perimeter and Area of a Rectangle..................115
  - Dikdörtgenin Köşegen Uzunlukları / The Length of the Diagonals of a Rectangle....116 - 117
- Kare / Square..117 - 118
  - Karenin Çevresi ve Alanı / The Perimeter and Area of a Square........................118
  - Karenin Köşegen Uzunlukları / The Length of the Diagonals of a Square.................118

DİKDÖRTGEN / RECTANGLE

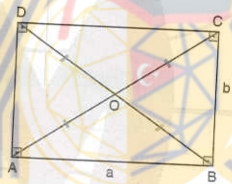
Tanım: Dört açısı dik ve karşılıklı kenarları eşit uzunlukta olan paralelkenara **dikdörtgen** denir. Paralelkenarın bütün özelliklerini taşır.

Definition: A parallelogram is **called a rectangle** if all of its angles are right angles and its opposite sides have equal lengths. It holds all properties of a paralellogram.

$|AB| = a$

$|BC| = b$

$|AC| = |BD| = e$



DİKDÖRTGENİN ÇEVRESİ ve ALANI / THE PERIMETER and AREA of a RECTANGLE

$|AB| = |CD| = a$ cm

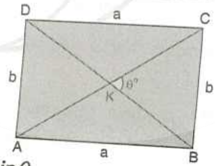
$|AD| = |BC| = b$ cm

$m(\widehat{CKB}) = \theta°$

Çevre / The Perimeter

$$(ABCD) = 2\cdot(a + b)$$

$$A(ABCD) = a\cdot b = \frac{|AC|\cdot|BD|\cdot\sin\theta}{2}$$



DİKDÖRTGENİN KÖŞEGEN UZUNLUKLARI
THE LENGTH of the DIAGONALS of a RECTANGLE

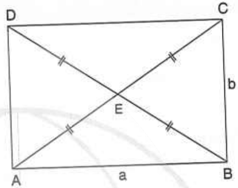
Özellik 1 / Property 1

$|AB| = |DC| = a$ cm

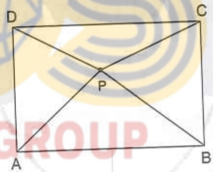
$|BC| = |AD| = b$ cm

$|AC| = |BD| = \sqrt{a^2 + b^2}$

$|AE| = |EC| = |EB| = |ED|$



Özellik 2 / Property 2



P noktası ABCD dikdörtgenin içinden alınan herhangi bir nokta ise;

If P is any point selected from the inner area of the rectangle;

$|PA|^2 + |PC|^2 = |PB|^2 + |PD|^2$ elde edilir. / is obtained.

DİKDÖRTGEN / RECTANGLE

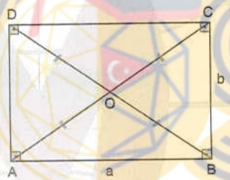
Tanım: Dört açısı dik ve karşılıklı kenarları eşit uzunlukta olan paralelkenara **dikdörtgen** denir. Paralelkenarın bütün özelliklerini taşır.

Definition: A parallelogram is called a **rectangle** if all of its angles are right angles and its opposite sides have equal lengths. It holds all properties of a paralellogram.

|AB| = a

|BC| = b

|AC| = |BD| = e

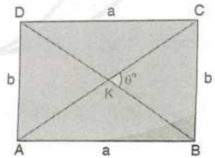


DİKDÖRTGENİN ÇEVRESİ ve ALANI
THE PERIMETER and AREA of a RECTANGLE

|AB| = |CD| = a cm

|AD| = |BC| = b cm

$m(\widehat{CKB}) = \theta^\circ$



Çevre / The Perimeter

$$(ABCD) = 2\cdot(a + b)$$

$$A(ABCD) = a\cdot b = \frac{|AC|\cdot|BD|\cdot\sin\theta}{2}$$

DIKDÖRTGENİN KÖŞEGEN UZUNLUKLARI
THE LENGTH of the DIAGONALS of a RECTANGLE

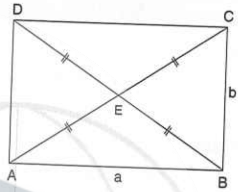
Özellik 1 / Property 1

$|AB| = |DC| = a$ cm

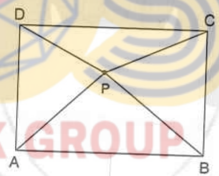
$|BC| = |AD| = b$ cm

$|AC| = |BD| = \sqrt{a^2 + b^2}$

$|AE| = |EC| = |EB| = |ED|$



Özellik 2 / Property 2

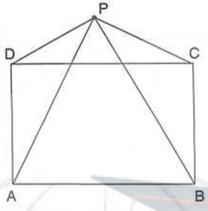


P noktası ABCD dikdörtgenin içinden alınan herhangi bir nokta ise;

If P is any point selected from the inner area of the rectangle;

$|PA|^2 + |PC|^2 = |PB|^2 + |PD|^2$ elde edilir. / is obtained.

Özellik 3 / Property 3

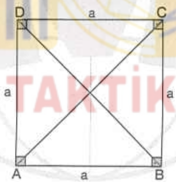


Eğer P noktası dikdörtgenin dışında seçilmişse;

If the point P is selected from the outside of the rectangle;

$|PD|^2 + |PB|^2 = |PC|^2 + |PA|^2$ elde edilir. / is obtained.

KARE / SQUARE



Tanım: Dört kenarı birbirine eşit olan dikdörtgene **kare** denir. Dikdörtgenin bütün özelliklerini taşır.

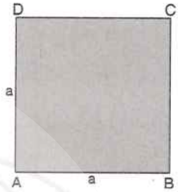
Definition: A rectangle in which its all four sides have the same length is called a **square.** It holds all the properties of the rectangle.

KARENİN ÇEVRESİ ve ALANI
THE PERIMETER and AREA of a SQUARE

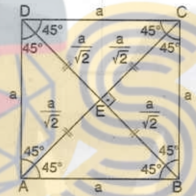
$|AB| = |BC| = |CD| = |DA| = a$

Çevre / Perimeter (ABCD) = 4a

$A(ABCD) = a^2$



KARENİN KÖŞEGEN UZUNLUKLARI
THE LENGTH of THE DIAGONAL in a SQUARE



1. Karenin köşegenleri birbirini dik ortalar.

   The diagonals of square are perpendicular and intersect in their midpoints.

2. Köşegenler, karedeki karşılıklı açıların açıortayıdır.

   Each diagonal is also bisector of the two opposite angels of the square.

3. Bir kenarının uzunluğu a olan karede köşegen uzunluğu, $|AC| = |BD| = a\sqrt{2}$ dir.

   If the length of any side is a, the length of diagonal is $|AC| = |BD| = a\sqrt{2}$.

BÖLÜM CHAPTER 10

YAMUK ve DELTOİD
TRAPEZOID and DELTOID(KITE)

BÖLÜM / CHAPTER 10 ....119 - 130

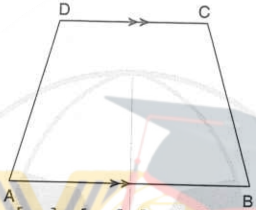
YAMUK ve DELTOID
TRAPEZOID and DELTOID (KITE)

- Yamuk / Trapezoid..121 - 128
  - Yamuğun Özellikleri / Properties of a Trapezoid................................123 - 124
  - İkizkenar Yamuk / Isosceles Trapezoid.....124 - 125
  - Dik Yamuk / Right Trapezoid..................................126
  - Yamuğun Alanı ile İlgili Özellikler / Properties Related to Area of a Trapezoid......127 - 128
- Deltoid / Deltoid (Kite)......................................129 - 130

BÖLÜM 10 CHAPTER

YAMUK ve DELTOİD
TRAPEZOID and DELTOID

YAMUK / TRAPEZOID



$[AB] \parallel [DC], \quad [AD] \nparallel [BC]$

Tanım: Karşılıklı iki kenarı paralel olan dörtgene **yamuk** denir.

Definition: A quadrilateral in which exactly one pair of sides are parallel is called **a trapezoid.**

Yamukta paralel olan kenarlara **yamuğun tabanları**, paralel olmayan kenarlara ise, **yamuğun yan kenarları** denir.

In a trapezoid, the parallel sides are called **bases** and the non-parallel sides are called the **legs.**

$[AB] \parallel [DC]$ olduğundan [AB] ve [DC] tabanlardır.

$[AD] \nparallel [BC]$ olduğundan [AD] ve [BC] yanal kenarlardır.

Since $[AB] \parallel [DC]$, [AB] and [DC] are the bases.

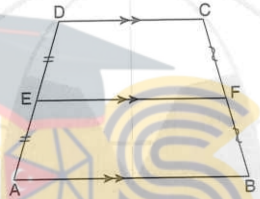
Since, $[AD] \nparallel [BC]$, [AD] and [BC] are the legs.

Bir yamukta yanal kenarların orta noktalarını birleştiren doğru parçasına **orta taban** denir.

$|AE| = |ED|$ ve $|BF| = |FC|$ ise $[EF]$ orta tabandır.

In a trapezoid, the line segment joining midpoints of the legs is called the **midbase** of that trapezoid.

If $|AE| = |ED|$ and $|BF| = |FC|$, then $[EF]$ is the midbase.



I. Orta taban, tabanlara paraleldir.

The midbase is parallel to the bases.

$[EF] \parallel [AB] \parallel [DC]$

II. Orta taban uzunluğu, alt ve üst taban uzunluklarının toplamının yarısına eşittir.

The length of the midbase is equal to half the sum of the lengths of two bases.

$$|EF| = \frac{|AB| + |DC|}{2}$$

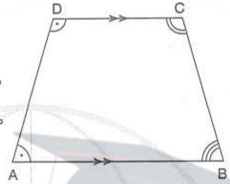
YAMUĞUN ÖZELLİKLERİ / PROPERTIES of a TRAPEZOID

Özellik 1 / Property 1

$[AB] \parallel [CD] \Leftrightarrow$

$m(\widehat{A}) + m(\widehat{D}) = 180^\circ$

$m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ$

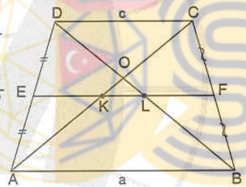


Özellik 2 / Property 2

$[AB] \parallel [CD] \Rightarrow |EK| = |LF| = \dfrac{c}{2}$

$|EL| = |FK| = \dfrac{a}{2}$

$|KL| = \dfrac{|a-c|}{2}$

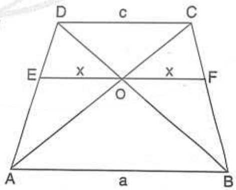


Özellik 3 / Property 3

$[EF] \parallel [AB] \parallel [DC] \Rightarrow |EO| = |OF|$

$\dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{c}$

$x = \dfrac{a \cdot c}{a + c}$

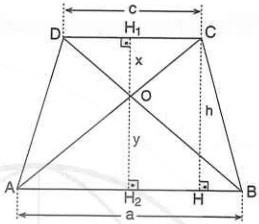


Özellik 4 / Property 4

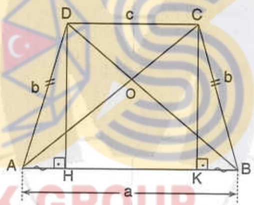
$[AB] \parallel [CD] \Leftrightarrow$

$|H_1O| = x = \dfrac{c \cdot h}{a+c}$

$|OH_2| = y = \dfrac{a \cdot h}{a+c}$



İKİZKENAR YAMUK / ISOSCELES TRAPEZOID



Tanım: Yan kenar uzunlukları eşit olan yamuğa **ikizkenar yamuk** denir.

Şekildeki ABCD yamuğunda, |AD| = |BC| ve $[AD] \nparallel [BC]$ ise, ABCD ikizkenar yamuk olup yamuğun tüm özelliklerini taşır.

Definition: A trapezoid is called an isosceles trapezoid if its legs have the same length.

In the trapezoid ABCD, if IADI = IBCI and ,**[AD] ∦ [BC]** then ABCD is an isosceles trapezoid and holds all of the properties of a trapezoid.

- $m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}),\ m(\widehat{C}) = m(\widehat{D})$
- $|AC| = |BD|$
- $|AH| = |BK| = \dfrac{a-c}{2}$ ve / and $|AK| = |BH| = \dfrac{a+c}{2}$
- $[AC] \cap [BD] = \{O\} \Rightarrow |AO| = |OB|$ **ve / and** $|OC| = |OD|$

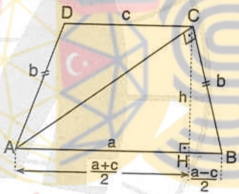
Özellik 1 / Property 1

$[AC] \perp [BC]$,

$[CH] \perp [AB]$,

$\Rightarrow h^2 = \left(\dfrac{a+c}{2}\right) \cdot \left(\dfrac{a-c}{2}\right)$

$\Rightarrow h = \dfrac{\sqrt{a^2 - c^2}}{2}$



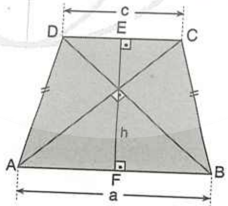
Özellik 2 / Property 2

$[AC] \perp [BD] \Leftrightarrow$

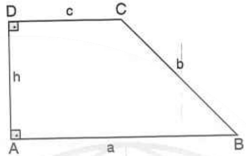
$|EF| = h = \dfrac{a+c}{2}$

$A(ABCD) = \left(\dfrac{a+c}{2}\right)^2$

$A(ABCD) = h^2$



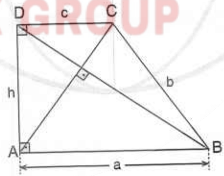
DİK YAMUK / RIGHT TRAPEZOID



Tanım: Yan kenarlarından biri tabanlara dik olan yamuktur. Dik yamukta, tabanlara dik olan yan kenar uzunluğu aynı zamanda yükseklik uzunluğudur. Dik yamuk, yamuğun tüm özelliklerini taşır.

Definition: A trapezoid, one of the legs of which is perpendicular to both bases. In a right trapezoid the length of the perpendicular leg to the bases is equal to its height. A right trapezoid holds all the properties of a trapezoid.

Önemli / Important



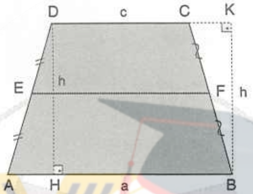
ABCD dik yamuk / right trapezoid

[AC] ⊥ [BD]

$\Rightarrow h^2 = a \cdot c$

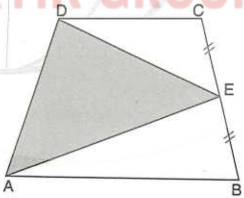
YAMUĞUN ALANI İLE İLGİLİ ÖZELLİKLER
PROPERTIES RELATED to AREA of a TROPEZOID

Özellik 1 / Property 1



$$A(ABCD) = \frac{a+c}{2} \cdot h = |EF| \cdot h$$

Özellik 2 / Property 2



$|CE| = |EB|$

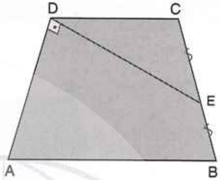
$\Rightarrow A(ABCD) = 2 \cdot A(\widehat{EAD})$

Özellik 3 / Property 3

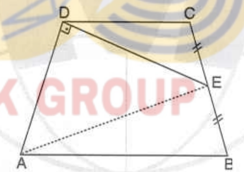
$|CE| = |EB|$,

$[ED] \perp [AD]$

$\Rightarrow A(ABCD) = |ED| \cdot |AD|$



Önemli / Important



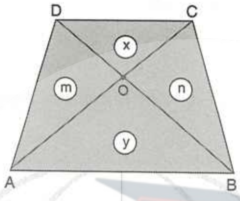
$$A(\widehat{ADE}) = \frac{|AD| \cdot |DE|}{2}$$

$$A(ABCD) = 2 \cdot A(\widehat{ADE})$$

$$A(ABCD) = 2 \cdot \frac{|AD| \cdot |DE|}{2}$$

$$= |AD| \cdot |DE|$$

Özellik 4 / Property 4

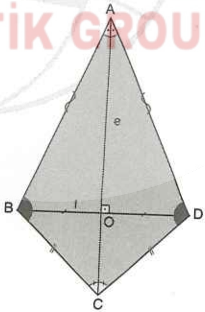


$$\left.\begin{array}{l}[AC]\cap[BD]=\{O\}\\ A(\widehat{DOC})=x\\ A(\widehat{AOB})=y\\ A(\widehat{AOD})=m\\ A(\widehat{COB})=n\end{array}\right\}\Rightarrow \begin{array}{ll}\text{I.} & m=n\\ \text{II.} & m\cdot n=x\cdot y\end{array}$$

DELTOİD / DELTOID (KITE)

Tanım: Tabanları ortak, iki ikizkenar üçgenden oluşan konveks dörtgene **deltoid** denir.

Definition: A convex quadrangle which is formed by two isosceles triangles that have their bases in common is called a **deltoid (kite)**.



- $|AB| = |AD|$, $|BC| = |CD|$, $|BO| = |OD|$
- Köşegenler birbirine diktir. / Diagonals are perpendicular to each other.

  $[AC] \perp [BD]$
- İkizkenar üçgenlerin tepe noktalarını birleştiren köşegen açıortaydır.

  The diagonal which connects the vertices of the isosceles triangles is the bisector of these angles.

  $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{DAC})$

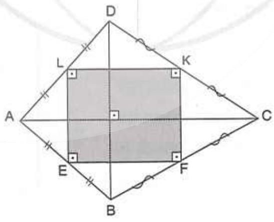
  $m(\widehat{BCA}) = m(\widehat{ACD})$

- $A(\widehat{ABC}) = A(\widehat{ADC})$
- $A(ABCD) = \dfrac{|AC| \cdot |BD|}{2} = \dfrac{e \cdot f}{2}$

Önemli / Important

Kenarların orta noktaları bir dikdörtgenin köşeleridir.

The midpoints of the sides are corners of a rectangle.



BÖLÜM CHAPTER 11

ÇEMBERDE UZUNLUK ve AÇI
LENGTH and ANGLE in a CIRCLE

BÖLÜM / CHAPTER 11 ....133 - 152

ÇEMBERDE UZUNLUK ve AÇI

LENGTH and ANGLE in a CIRCLE

- Çember / The Circle..133 - 146
  - Çemberin Elemanları / Elements of a Circle..134 - 135
  - Çemberde Teğet ve Kiriş ile İlgili Özellikler / Properties Related to Tangent and Secant in Circle...135 - 138
  - Teğetler Dörtgeni / Circumscribed Quadrilateral...........................138 - 140
  - İki Çemberin Birbirlerine Göre Durumu ile İlgili Özellikler / Properties Related to Relavite Position of Two Circles...140 - 143
  - İki Çemberin Ortak Teğetleri / Common Tangests of Two Circles..................143 - 146
- Çemberde Açı / Angle in a Circle...................147 - 152
  - Çemberde Açı Çeşitleri / Angle Types in a Circle...................................146 - 151
  - Kirişler Dörtgeni / Inscribed Quadrilateral..152

BÖLÜM 11 CHAPTER

ÇEMBERDE UZUNLUK ve AÇI
LENGTH and ANGLE in a CIRCLE

ÇEMBER / THE CIRCLE

Bir çemberin üzerindeki her nokta, çemberin merkezine eşit uzaklıktadır. Çember sözcüğü bazen, bir eğrinin içinde kalan uzay bölgesini ifade edecek şekilde kullanılır. Bu durumda sözü edilen eğri çemberin çevresidir. r, çemberin yarıçapı olmak üzere, çevresinin uzunluğu $2\pi r$ ile verilir.
Burada $\pi = 3.1415...$ dir.

Bir çemberin çevre uzunluğunun herhangi bir parçasına **yay** denir.

Every point on a circle is the same distance from its center. Sometimes we use the word **circle** to include the space inside the curve. When we do this we call the curve itself the **circumference** of the **circle.** The circumference is given by $2\pi r$, where r units is the radius of the circle and,
$\pi = 3.1415...$

Any part of the circumference is called an **arc.**

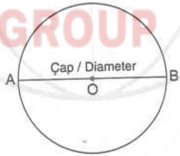
ÇEMBERİN ELEMANLARI / ELEMENTS of a CIRCLE

Çember üzerinde, herhangi iki noktayı birleştiren doğru parçasına **kiriş** denir. Kiriş çemberi iki bölgeye ayırır.

Kirişin böldüğü büyük bölgeye **major kısım**, küçük bölgeye **minor kısım** denir.

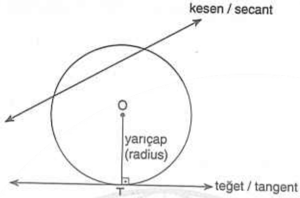
Line segment joining any two points on the circumference is called a **chord**. A chord divides a circle into two regions called segments.

The larger region is called a **major segment** and the smaller region is called a **minor segment.**



Bir çemberin merkezinden geçen **kiriş** çaptır. Çap çemberin yarıçapının iki katına eşittir.

Any chord passing throught the center of a circle is called a **diameter**. The diameter of a circle is twice its radius.



Teğet, çembere tam olarak tek bir noktadan değen doğrudur.

Kesen ise çemberi farklı iki noktada kesen doğrudur.

Tangent is a line that intersects a circle at exactly one point.

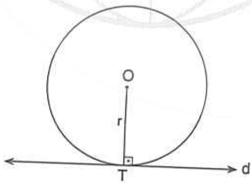
Secant is a line that intersects a circle in two distinct points.

ÇEMBERDE TEĞET ve KİRİŞ İLE İLGİLİ ÖZELLİKLER
PROPERTIES RELATED to TANGENT and SECANT in a CIRCLE

Özellik 1 / Property 1

Teğet, değme noktasında yarıçapa diktir.

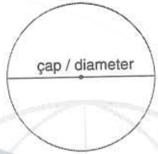
Tangent is perpendicular to the radius at the point of contact.



Önemli / Important

Bir çemberin içinde, çizilebilecek en uzun kiriş çaptır.

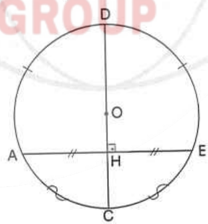
The longest chord that can be drawn in a circles is its diameter.



Özellik 2 / Property 2

i. Merkezden kirişe inilen dikme, kirişi ortalar (iki eşit parçaya böler). $|AH| = |HB|$
The perpendicular drawn to chord from the center bisects the chord. (divides it into two equal parts)

ii. Kirişin orta dikmesi, kirişin çemberden ayırdığı yayları ortalar.
The perpendicular bisector of a chord bisects the arcs which are separated by the chord.

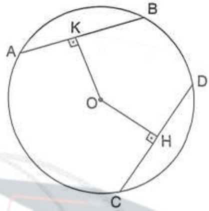


$|\widehat{AC}| = |\widehat{CB}|$ ve / and $|\widehat{AD}| = |\widehat{DB}|$

Özellik 3 / Property 3

$[OK] \perp [AB]$, $[OH] \perp [CD]$,

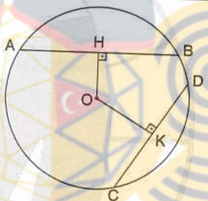
$|AB| = |CD| \Leftrightarrow |OK| = |OH|$



Özellik 4 / Property 4

$[OH] \perp [AB]$, $[OK] \perp [CD]$

$\Rightarrow |OH| < |OK| \Leftrightarrow |AB| > |CD|$



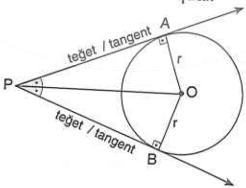
Özellik 5 / Property 5

Bir çembere, dışındaki bir noktadan iki teğet çizilebilir. Bu teğet parçalarının uzunlukları eşittir.

From a point outside a circle, two tangent lines can be drawn. The length of these two tangent segments are equal.

$m(\widehat{APO}) = m(\widehat{OPB})$

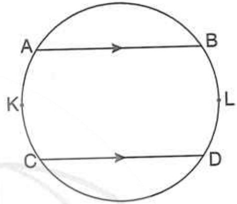
$|PA| = |PB|$



Özellik 6 / Property 6

[AB] // [CD]

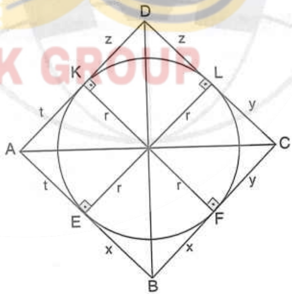
$\Rightarrow \left|\overset{\frown}{AKC}\right| = \left|\overset{\frown}{BLD}\right|$



TEĞETLER DÖRTGENİ / CIRCUMSCRIBED QUADRILATERAL

Tanım: Kenarları bir çembere teğet olan dörtgene **teğetler dörtgeni** denir.

Definition: Circumscribed quadrilateral is a quadrilateral, the sides of which are tangent to a circle.

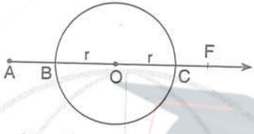


$|AB| + |DC| = |AD| + |BC|$

Önemli / Important

$|AB| = a,\ |BC| = b,\ |CD| = c,\ |DA| = d$

$$\frac{a+b+c+d}{2} = u \Rightarrow A(ABCD) = \frac{1}{2}\cdot(a+b+c+d)\cdot r = u\cdot r$$



$[AF \cap$ Çember / circle $= \{B, C\}$

Önemli / Important

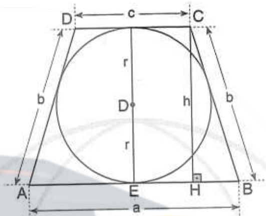
i. Çember ile A noktası arasındaki en kısa mesafe,
$|AB| = |AO| - r$ dir.
The shortest distance between the circle and the point A is $|AB| = |AO| - r$.

ii. Çember ile A noktası arasındaki en uzak mesafe,
$|AC| = |AO| + r$ dir.
The longest distance between the circle and the point A is $|AC| = |AO| + r$.

Önemli / Important

Kare, eşkenar dörtgen ve deltoid birer teğetler dörtgenidir.
The square, the equilateral quadrangle and the deltoid (kite) are each is a circumscribed quadrilateral.

İKİZKENAR YAMUĞUN TEĞETLER DÖRTGENİ OLMA DURUMU
SITUATION of an EQUILATERAL TRAPEZOID BEING a CIRCUMSCRIBED QUADRANGLE



1. $|AB| + |DC| = |AD| + |BC| \Rightarrow \boldsymbol{2b = a + c}$
2. $[CH] \perp [AB] \Rightarrow \boldsymbol{h = 2r}$
3. [Kural 1 / Rule 1]

$$b = \frac{a+c}{2},$$

$$|HB| = \frac{a-c}{2}, \ \widehat{CHB}: h^2 = \left(\frac{a+c}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-c}{2}\right)^2$$

$$h^2 = a \cdot c$$

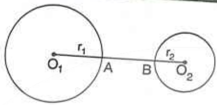
$$\boldsymbol{h = \sqrt{ac}}$$

İKİ ÇEMBERİN BİRBİRİNE GÖRE DURUMU İLE İLGİLİ ÖZELLİKLER
PROPERTIES RELATED to RELATIVE POSITION of TWO CIRCLES

İki çemberin merkezleri arasındaki uzaklık d olmak üzere,

Let d be the distance between the centers of two circles.

Özellik 1 / Property 1



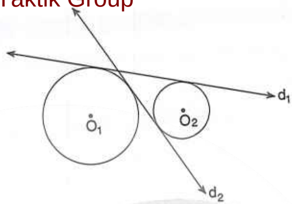
$d = |O_1O_2|$ ve $r_1 + r_2 < d$ ise çemberler birbirinin dışındadır.
If $d = |O_1O_2|$ and $r_1 + r_2 < d$, then the circles lie outside each other.

Özellik 2 / Property 2

$d = |O_1O_2| = r_1 + r_2$ ise çemberler birbirine dıştan teğettir.
If $d = |O_1O_2| = r_1 + r_2$, then the circles are externally tangent.

Önemli / Important

Dıştan teğet iki çemberin; merkezlerini birleştiren doğru parçası, değme noktasından geçer.
The line segment joining the centers of two externally tangent circles passes through the point of contact.

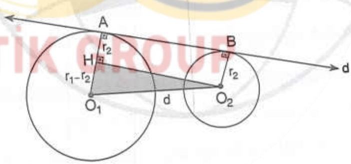


Şekildeki d_1 doğrusu ortak dış teğet, d_2 doğrusu ortak iç teğettir.

d_1 is common external tangent and d_2 is common internal tangent to circles in the figure.

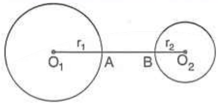
ORTAK DIŞ TEĞET PARÇASININ UZUNLUĞU
LENGTH of a COMMON EXTERNAL TANGENT SEGMENT

AHO_2B bir dikdörtgendir./ AHO_2B is a rectangle.



$$\left.\begin{aligned} |AB| &= |O_2H| \\ |O_1H| &= r_1 - r_2 \\ |O_1O_2| &= d \end{aligned}\right\} \Rightarrow |O_2H| = \sqrt{d^2-(r_1-r_2)^2}$$

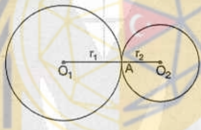
Özellik 1 / Property 1



$d = |O_1O_2|$ ve $r_1 + r_2 < d$ ise çemberler birbirinin dışındadır.

If $d = |O_1O_2|$ and $r_1 + r_2 < d$, then the circles lie outside each other.

Özellik 2 / Property 2



$d = |O_1O_2| = r_1 + r_2$ ise çemberler birbirine dıştan teğettir.

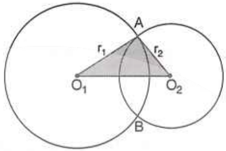
If $d = |O_1O_2| = r_1 + r_2$, then the circles are externally tangent.

Önemli / Important

Dıştan teğet iki çemberin; merkezlerini birleştiren doğru parçası, değme noktasından geçer.

The line segment joining the centers of two externally tangent circles passes through the point of contact.

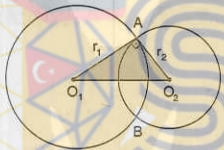
Özellik 3 / Property 3



$|O_1O_2| = d$ ve $|r_1 - r_2| < d < r_1 + r_2$ ise çemberler iki noktada **kesişir.**

If $|O_1O_2| = d$ and $|r_1 - r_2| < d < r_1 + r_2$, then the circles intersect at two points.

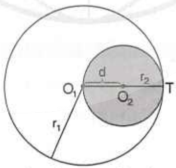
Özellik 4 / Property 4



$|O_1O_2| = d$ ve $[O_1A] \perp [O_2A]$ ise çemberler dik kesişir.

If $|O_1O_2| = d$ and $[O_1A] \perp [O_2A]$, then the circles intersect perpendicular.

Özellik 5 / Property 5



$d = |r_1 - r_2|$ ise, iki çember içten teğettir.

If $d = |r_1 - r_2|$, then the two circles are internally tangent.

Önemli / Important

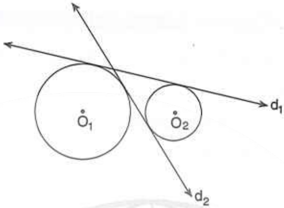
İçten teğet iki çemberin merkezlerini birleştiren doğru, değme noktasından geçer.

The line joining the centers of two internally tangent circles passes through the point of contact.

İKİ ÇEMBERİN ORTAK TEĞETLERİ
COMMON TANGESTS of TWO CIRCLES

Aynı düzlemde bulunan iki çembere teğet olan doğruya, bu çemberlerin **ortak teğeti** denir. Çemberlerin merkezleri ortak teğete göre aynı tarafta ise bu teğete **ortak dış teğet**, çemberlerin merkezi ortak teğete göre farklı taraflarda ise bu teğete **ortak iç teğet** denir.

A line which is tangent to two circles lying in the same plane is called **the common tangent** of these two circles. If the centers of the circles lie on the same side with respect to the common tangent, then this tangent is called **common external tangent.** If the centers of circles lie on the different sides of the common tangent, then this tangent is called **common internal tangent.**

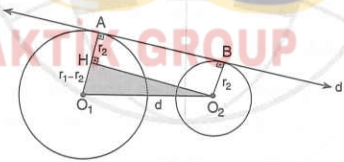


Şekildeki d_1 doğrusu ortak dış teğet, d_2 doğrusu ortak iç teğettir.

d_1 is common external tangent and d_2 is common internal tangent to circles in the figure.

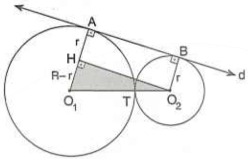
ORTAK DIŞ TEĞET PARÇASININ UZUNLUĞU
LENGTH of a COMMON EXTERNAL TANGENT SEGMENT

AHO_2B bir dikdörtgendir./ AHO_2B is a rectangle.



$$\left.\begin{array}{l} |AB| = |O_2H| \\ |O_1H| = r_1 - r_2 \\ |O_1O_2| = d \end{array}\right\} \Rightarrow \boldsymbol{|O_2H| = \sqrt{d^2 - (r_1 - r_2)^2}}$$

Önemli / Important



Yarıçapları R ve r olan **iki çember** dıştan teğet ise bu iki çemberin ortak dış teğet parçasının uzunluğu,

$|AB| = 2\sqrt{R \cdot r}$ dir.

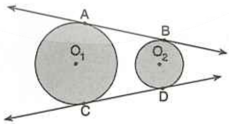
If two circles with radiuses r and R are externally tangent, then the length of the common external tangent segment of these two circles can be calculated as: $|AB| = 2\sqrt{R \cdot r}$

Önemli / Important

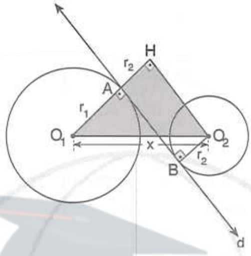
İki çemberin ortak dış teğet parçalarının uzunlukları eşittir.

The common external tangent segments of two circles have equal lengths.

$|AB| = |CD|$



ORTAK İÇ TEĞET PARÇASININ UZUNLUĞU
LENGTH of a COMMON INTERNAL TANGENT SEGMENT



$|O_1O_2| = x$

$|O_1H| = r_1 + r_2$

$|AB| = |HO_2|$

$|O_2H| = \sqrt{|O_1O_2|^2 - |O_1H|^2}$

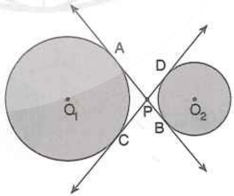
$= \sqrt{x^2-(r_1+r_2)^2} \Rightarrow \boldsymbol{|AB| = \sqrt{x^2-(r_1+r_2)^2}}$

Önemli / Important

İki çemberin ortak iç teğet parçalarının uzunlukları eşittir.

The common internal tangent segments of two circles have equal lengths.

$|AB| = |CD|$



ÇEMBERDE AÇI / ANGLE in a CIRCLE

ÇEMBERDE AÇI ÇEŞİTLERİ / ANGLE TYPES in a CIRCLE

MERKEZ AÇI / CENTRAL ANGLE

Köşesi çemberin merkezinde bulunan açıdır. Merkez açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.

An angle whose vertex is at the center of a circle is called a central angle, the measure of central angle is equal to the arc it subtends.

$$m(\widehat{AOB}) = \alpha = m(\overset{\frown}{AB})$$

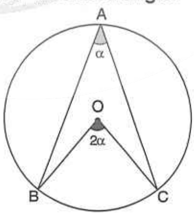
ÇEVRE (ÇEMBER) AÇI / INSCRIBED ANGLE

Köşesi çember üzerinde bulunan ve kolları çemberi kesen açıya **"çevre açı"** ya da **"çember açısı"** denir.

An angle of a circle whose vertex is a point on a circle and whose sides are cords is an called **"inscribed angle."**

$$m(\widehat{BAC}) = \alpha = \frac{m(\overset{\frown}{BC})}{2}$$

$$m(\widehat{BOC}) = 2\alpha = m(\overset{\frown}{BC})$$



Önemli / Important

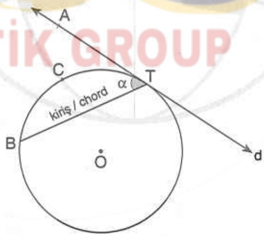
Çapı gören çevre açının ölçüsü 90° dir.

The measure of an inscribed angle subtending the diameter is 90°.

TEĞET - KİRİŞ AÇI / TANGENT - CHORD ANGLE

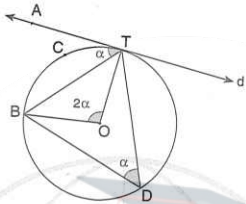
Köşesi çember üzerinde bulunan ve bu köşeden geçen teğet ile kirşin belirttiği açıdır.

It is an angle with a vertex lying on the circle and formed by the tangent and the chord which intersect at vertex.



$$m(\widehat{ATB}) = \alpha \Rightarrow m(\widehat{BCT}) = 2\alpha$$

Önemli / Important



- Teğet – kiriş açının ölçüsü, aynı yayı gören çevre açının ölçüsüne eşittir.

  The measure of an angle formed by a chord and a tangent equals to the measure of inscribed angle which subtends the same arc.

- Teğet – kiriş açının ölçüsü, aynı yayı gören merkez açının ölçüsünün yarısına eşittir.

  The measure of an angle formed by a chord and a tangent equals to half the measure of central angle which subtends the same arc.

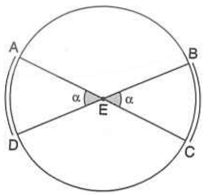
İÇ AÇI / INTERIOR ANGLE

Çemberin kesişen iki kirişi arasında kalan açıdır.

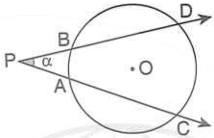
The angle between the two intersecting chords of a circle is called an interior angle.

$$m(\widehat{AED}) = m(\widehat{BEC}) = \alpha$$

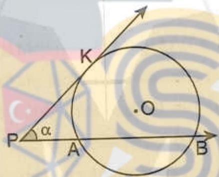
$$\frac{m(\overset{\frown}{AD}) + m(\overset{\frown}{BC})}{2} = \alpha$$



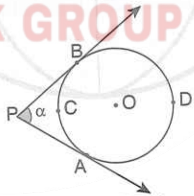
DIŞ AÇI / EXTERIOR ANGLE



$$m(\widehat{CPD}) = \alpha = \frac{m(\overset{\frown}{CD}) - m(\overset{\frown}{AB})}{2}$$



$$m(\widehat{BPK}) = \alpha = \frac{m(\overset{\frown}{BK}) - m(\overset{\frown}{AK})}{2}$$



$$m(\widehat{BPA}) = \alpha = \frac{m(\overset{\frown}{ADB}) - m(\overset{\frown}{AB})}{2}$$

Köşesi çemberin dış bölgesinde bulunan, kolları veya kollarından biri çemberi kesen, diğeri çembere teğet olan ya da her iki kolu da çembere teğet olan açıdır.

The angle with a vertex lying outside the circle, and the sides of which are both tangent to the circle, or both cutting it, or with one side cutting the circle and the other side tangent to the circle is called an exterior angle.

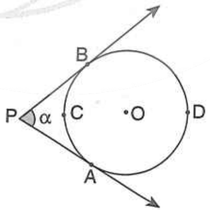
Önemli / Important

Bir dış açının kolları çembere teğet ise,

If the sides of an exterior angle are tangent to the circle.

$m(\widehat{ACB}) = 180 - \alpha$

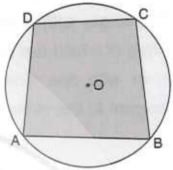
$m(\widehat{ADB}) = 180 + \alpha$



KİRİŞLER DÖRTGENİ / INSCRIBED QUADRILATERAL

Tanım: Kenarları bir çemberin kirişleri olan dörtgene **kirişler dörtgeni** denir.

Definition: A quadrangle, the sides of which are the chords of a circle is called an **inscribed quadrangle.**



i.
$$\left.\begin{array}{l} m(\widehat{A}) = \dfrac{m(\overset{\frown}{DCB})}{2} \\[2ex] m(\widehat{C}) = \dfrac{m(\overset{\frown}{DAB})}{2} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \Rightarrow m(\widehat{A}) + m(\widehat{C}) = \dfrac{m(\overset{\frown}{DCB}) + m(\overset{\frown}{DAB})}{2} \\[2ex] \Rightarrow \boldsymbol{m(\widehat{A}) + m(\widehat{C}) = \dfrac{360^\circ}{2} = 180^\circ} \end{array}$$

ii.
$$\left.\begin{array}{l} m(\widehat{B}) + m(\widehat{D}) = \dfrac{m(\overset{\frown}{ADC}) + m(\overset{\frown}{ABC})}{2} \\[2ex] m(\widehat{B}) + m(\widehat{D}) = \dfrac{360^\circ}{2} = 180^\circ \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{m(\widehat{A}) + m(\widehat{C}) = m(\widehat{B}) + m(\widehat{D}) = 180^\circ}$$

iii. $A(ABCD) = \sqrt{(u-a)\cdot(u-b)\cdot(u-c)\cdot(u-d)}\ \text{br}^2 / \text{u}^2$

$$\left[u = \frac{\text{Çevre / Perimeter (ABCD)}}{2} = \frac{a+b+c+d}{2}\right]$$

BÖLÜM CHAPTER 12

ÇEMBERDE KUVVET, ÇEVRE ve ALAN POWER, CIRCUMFERENCE and AREA in a CIRCLE

BÖLÜM / CHAPTER 12 ....153 - 166

ÇEMBERDE KUVVET, ÇEVRE VE ALAN
POWER, CIRCUMFERENCE and AREA in a CIRCLE

- Çemberde Kuvvet / Power in a Circle..............153 - 159
  - Bir Noktanın Bir Çembere Göre Kuvveti / Power of a Point with Respect to a Circle......155 - 156
  - Kuvvet Ekseni / The Akis of Power...........157 - 159
- Çemberde Çevre, Alan ve Benzerlik / Circumference, Area and Similarity in a Circle...........160
- Daire ve Daire Dilimi / Circular Region and Circular Sector................161 - 164
  - Daire Diliminin Alanı / Area of a Circular Sector..161
  - Dairenin Alanı / The Area of a Circular Region....162
  - Daire Parçası / Circular Segment.............162 - 164
- Çemberlerde Benzerlik ile İlgili Özellikler / Properties Related to Similarity in Circles........165 - 166

BÖLÜM 12 CHAPTER

ÇEMBERDE KUVVET, ÇEVRE ve ALAN
POWER, CIRCUMFERENCE and AREA in a CIRCLE

ÇEMBERDE KUVVET / POWER in a CIRCLE

BİR NOKTANIN BİR ÇEMBERE GÖRE KUVVETİ
POWER of a POINT with RESPECT to a CIRCLE

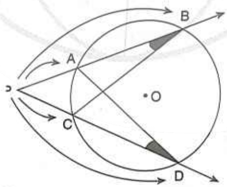
Tanım: Çember düzleminde alınan bir P noktasından geçen kiriş veya kesen, çemberi A ve B noktalarında kesiyorsa |PA|·|PB| değerine, P noktasının bu çembere göre kuvveti denir.

Definition: Let a chord or a secant passing through the point P which is lying in the plane of the circle cut the circle at the points A and B. Then the result of the product |PA|·|PB| is called the power of P with respect to that circle.

Özellik 1 / Property 1

P noktası çember düzleminde ve çemberin dışında bir nokta olmak üzere aşağıdaki eşitlikler yazılır.

If P is a point in the same plane as the circle and lying outside of the circle, the following equations can be obtained.



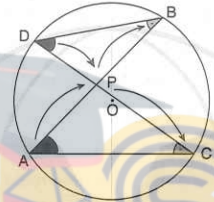
$$\widehat{PBC} \sim \widehat{PDA} \text{ (A.A.)} \Leftrightarrow \frac{|PC|}{|PA|} = \frac{|PB|}{|PD|}$$

$$\Leftrightarrow |PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD|$$

Özellik 2 / Property 2

P noktası, çember düzleminde ve çemberin iç bölgesinde bir nokta olmak üzere aşağıdaki eşitlikler yazılır.

If P is a point in the same plane as the circle and lying inside the circle, the following equations can be obtained.



$$\widehat{APC} \sim \widehat{DPB} \text{ (A.A.)} \Leftrightarrow \frac{|PC|}{|PB|} = \frac{|PA|}{|PD|}$$

$$\Leftrightarrow |PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD|$$

Özellik 3 / Property 3

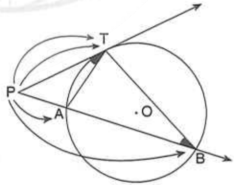
[PT, çembere T noktasında teğet, [PB kesen ise aşağıdaki eşitlikler yazılır.

If [PT is tangent to the circle at the point T and [PB is a secant, then the following equations can be obtained.

$$\widehat{PTA} \sim \widehat{PBT} \text{ (A.A.)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|PT|}{|PB|} = \frac{|PA|}{|PT|}$$

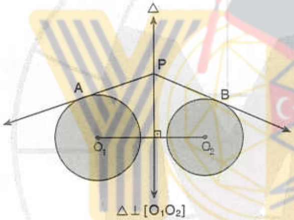
$$\Leftrightarrow |PT|^2 = |PA| \cdot |PB|$$



KUVVET EKSENİ / THE AXIS of POWER

Tanım: İki çembere göre aynı kuvvette olan noktalar kümesine **kuvvet ekseni** denir. Kuvvet ekseni, merkezler doğrusuna dik olup $\triangle$ ile gösterilir.

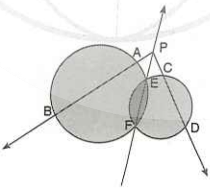
Definition: The set of points which are of the same power with respect to two circles is called the **axis of power.** The axis of power is perpendicular to line of centers and is represented with $\triangle$.



$\Rightarrow |PA|^2 = |PB|^2$

$\Rightarrow |PA| = |PB|$

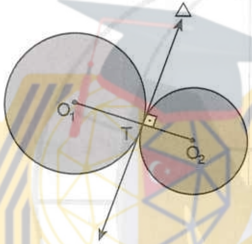
Önemli / Important

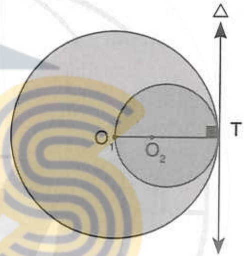


$$|PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD| = |PE| \cdot |PF|$$

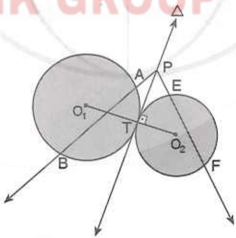
Önemli / Important

Çemberler bir T noktasında dıştan veya içten teğet iseler, kuvvet ekseni T noktasından çizilen ortak teğet doğrusudur.
If the circles are tangent externally or internally at a point T, then the axis of power is the common tangent line drawn from point T.





Önemli / Important

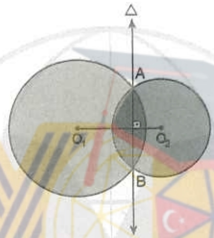


$$|PT|^2 = |PA| \cdot |PB| = |PE| \cdot |PF|$$

Önemli / Important

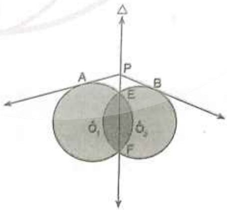
Kesişen iki çemberin kuvvet ekseni, ortak noktalarından geçen doğrudur.

The axis of power of two intersecting circles is the line passing through their common points.



Önemli / Important

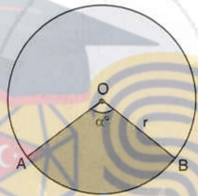
$$|PA|^2 = |PB|^2 = |PE| \cdot |PF|$$
$$\Rightarrow |PA| = |PB|$$



ÇEMBERDE ÇEVRE, ALAN VE BENZERLİK
CIRCUMFERENCE, AREA and SIMILARITY in a CIRCLE

Şekildeki çemberde, α derecelik merkez açının gördüğü $\overset{\frown}{AB}$'nın uzunluğunun çemberin çevresine oranı, α açısı 360° ye oranına eşittir.

In the circle of the figure, the ratio of the length of $\overset{\frown}{AB}$ which is subtending the central angle with size of α to the circumference is equal to the ratio of α to 360°.



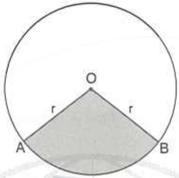
$$\frac{|\overset{\frown}{AB}|}{2\pi r} = \frac{\alpha^\circ}{360^\circ} \Leftrightarrow |\overset{\frown}{AB}| = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha^\circ}{360^\circ}$$

Önemli / Important

r yarıçaplı bir çemberin çevresi $2\pi r$'ye eşittir.

Circumference of a circle with radius of r is equal to $2\pi r$.

DAİRE VE DAİRE DİLİMİ
CIRCULAR REGION and CIRCULAR SECTOR



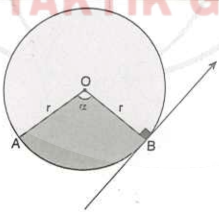
Tanım: Bir çember ile iç bölgesinin birleşimine **daire** denir. [OA] ve [OB] yarıçapları ile $\overset{\frown}{AB}$ yayı tarafından sınırlanan bölgeye **daire dilimi denir.**

Definition: The union of a circle and the interior region of it is called a **circular region**. The region bounded by the radiuses [OA], [OB] and the arc $\overset{\frown}{AB}$ is called **a circular sector.**

Şekildeki taralı daire dilimi $A\overset{\triangledown}{O}B$ ile gösterilir.

The circular sector in the figure is denoted by $A\overset{\triangledown}{O}B$.

DAİRE DİLİMİNİN ALANI / AREA of a CIRCULAR SECTOR



$$A(A\overset{\triangledown}{O}B) = \frac{1}{2} \cdot |\overset{\frown}{AB}| \cdot r \quad \text{veya / or} \quad A(A\overset{\triangledown}{O}B) = \pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

DAİRENİN ALANI / THE AREA of a CIRCULAR REGION

$\alpha = 360°$ olarak alınırsa daire diliminin alanı, dairenin alanına eşit olur.

If we substitute $\alpha = 360°$ in the formula related to finding the area of a circular region, then it equals to the area of the circular region.

Dairesel bölgenin alanı / The area of circular region

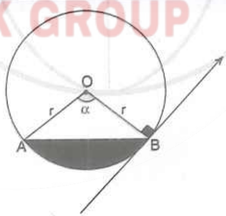
$$= \frac{\pi r^2 \cdot 360°}{360°} = \pi r^2$$

DAİRE PARÇASI / CIRCULAR SEGMENT

Tanım: Dairenin bir kirişi ile dairenin çevresi arasında kalan bölgeye **daire parçası** denir.

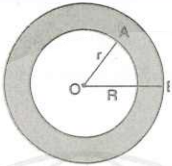
Definition: The region between a chord and the boundary of a circular sector is called a **circular segment**.

DAİRE PARÇASININ ALANI / AREA of a CIRCULAR SEGMENT



$$A(\overset{\triangledown}{AOB}) - A(\widehat{AOB}) = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°} - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin\alpha$$

DAİRE HALKASININ ALANI / THE AREA of an ANNULUS

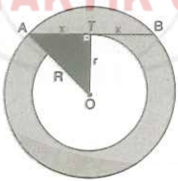


Aynı merkezli r ve R yarıçaplı, iç içe geçmiş iki çemberin sınırladığı daire halkasının alanı $\pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$ ifadesine eşittir.

The area of an annulus which is bounded by two contentric circles with radiuses r and R is equal to $\pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$

DAİREDE ALAN ÖZELLİKLERİ
PROPERTIES of AREA in CIRCULAR REGION

Özellik 1 / Property 1



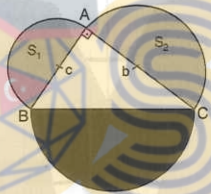
Taralı alan / The shaded area =

$\pi(R^2 - r^2) = \pi \cdot |AT|^2 = \pi \cdot x^2$ [$\widehat{ATO}$: $|AT|^2 = x^2 = R^2 - r^2$]

Özellik 2 / Property 2

Şekildeki ABC üçgeni dik üçgendir. [AB] çaplı yarım dairenin alanı S_1, [AC] çaplı yarım dairenin alanı S_2 ve [BC] çaplı yarım dairenin alanı S olmak üzere aşağıdaki eşitlikler yazılabilir.

The triangle ABC in the figure is a right triangle. Let the areas of the semicircles with diameters [AB],
[AC] and [BC] be S_1, S_2 and S, respectively as shown in the figure. Then the equation below can be obtained.

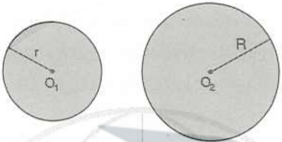


$$\left.\begin{array}{l} S=\dfrac{\pi a^2}{4},\ S_1=\dfrac{\pi c^2}{4},\ S_2=\dfrac{\pi b^2}{4} \\ a^2=b^2+c^2 \quad [\text{Pisagor / Pythagorean relation}] \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow S=S_1+S_2=\pi\cdot\left(\frac{b^2+c^2}{4}\right)=\frac{\pi a^2}{4}$$

ÇEMBERLERDE BENZERLİK İLE İLGİLİ ÖZELLİKLER
PROPERTIES RELATED to SIMILARITY in CIRCLES

Özellik 1 / Property 1



Bütün çemberler benzerdir. / All circles are similar.

Benzerlik oranı / The ratio of similarity:

$$\frac{r}{R}=\frac{2\pi\cdot r}{2\pi\cdot R}=\frac{Ç_1\,/\,C_1}{Ç_2\,/\,C_2}=k$$

Özellik 2 / Property 2

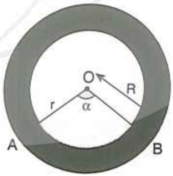
Alan oranı / The ratio of areas : $\Rightarrow \dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{\pi\cdot r^2}{\pi\cdot R^2}=\left(\dfrac{r}{R}\right)^2=k^2$

Özellik 3 / Property 3

$$\left.\begin{array}{l}|OC|=r\\|OB|=R\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{|\overset{\frown}{CD}|}{|\overset{\frown}{AB}|}=\frac{r}{R}$$

ve / and

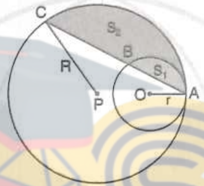
$$\frac{A(C\overset{\triangledown}{O}D)}{A(A\overset{\triangledown}{O}B)}=\frac{r^2}{R^2}=\left(\frac{r}{R}\right)^2=k^2$$



Özellik 4 / Property 4

İçten veya dıştan teğet olan çemberlerin, değme noktalarından geçen ortak kirişlerinin ayırdığı daire parça benzerdir.

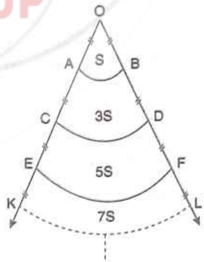
The arcs and the circular segments which are separated by the common chords that pass through the point of tangency of circles (externally or internally), are similar.



$$\frac{|BA|}{|AC|} = \frac{r}{R} \Leftrightarrow \frac{S_1}{S_1+S_2} = \left(\frac{r}{R}\right)^2 = \left(\frac{|BA|}{|AC|}\right)^2$$

Önemli / Important

$|OA| = |AC| = |CE| = |EK|$



BÖLÜM CHAPTER 13

NOKTA ve DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ
ANALYTICAL ANALYSIS of POINT and LINE

BÖLÜM / CHAPTER 13 ....167 - 182

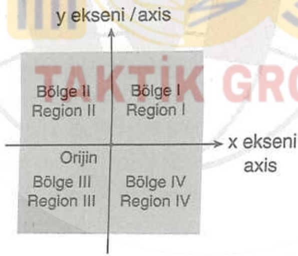
NOKTA ve DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ
ANALYTICAL ANALYSIS of POINT and LINE

- Kantezyen Düzlem / The Cartesian Plane.......169 - 182
  - Dik Koordinat Sistemi / The Rectangular Coordinate System..............171 - 174
  - Bir Doğrunun Eğimi / Slope of a Line..175 - 176
  - Doğru Denklemleri / Line Equations.........177 - 178
  - Özel Doğru Denklemleri / The Special Line Equations.............................178 - 180
  - İki Doğru Arasındaki Açı / The Angle Between Two Lines.................................181
  - Bir Noktanın Bir Doğruya Olan En Kısa Uzaklığı / The Shortest Distance of a Point From a Line.............181
  - Paralel İki Doğru Arasındaki Uzaklık / The Distance Between Two Parallel Lines...............182

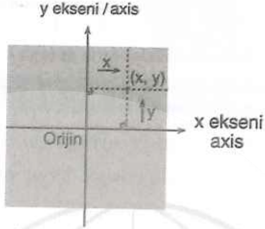
KARTEZYEN DÜZLEM / THE CARTESIAN PLANE

Koordinat düzlemi, aşağıda gösterildiği gibi, iki reel eksenin dik açılı olarak kesişiminden oluşur. Yatay sayı doğrusu x ekseni, düşey sayı doğrusu y eksenidir. İki doğrunun kesişim noktası orijindir ve eksenler düzlemi dört bölgeye ayırır.

The Coordinate plane is formed by two real lines intersecting at right angles, as shown in figure below. The horizontal number line is the x-axis and the vertical number line is the y-axis (The plural of axis is axes). The point of intersection of the two axes is the origin and the axes separate the plane into four quadrants.



Kartezyen düzlem
The Cartesian Plane



y ekseninden yönlendirilmiş uzaklık → x
Directed distance from y-axis → x
x ekseninden yönlendirilmiş uzaklık → y
Directed distance from x-axis → y

Koordinat düzleminde, x ve y reel sayılarının sıralı ikilisi (x,y) şeklinde tanımlanan noktalara, o noktanın koordinatları denir. Yukarıdaki şekilde gösterildiği gibi ilk sayı **[x koordinatı]**, noktanın yatay eksende sağ veya sol tarafa ne kadar uzak olduğu, ikinci sayı **[y koordinatı]** düşey eksende aşağı veya yukarıya ne kadar uzak olduğunu gösterir.

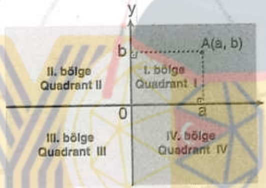
Each point in the coordinate plane corresponds to an ordered pair (x, y) of real numbers x and y, called the coordinates of the point. The first number **[x-coordinate]** tells how far to the left or right the point is from the vertical axis, and the second number **[y-coordinate]** tells, how far up or down the point is from the horizontal axis, as shown in the figure above.

DİK KOORDİNAT SİSTEMİ
THE RECTANGULAR COORDINATE SYSTEM

Dik koordinat sistemi, düzlemi şekilde görüldüğü gibi dört bölgeye ayırır.

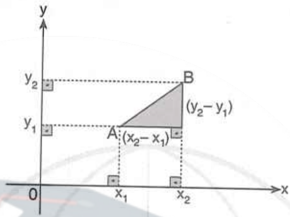
The coordinate system divides the plane into four quadrants as shown in the figure.

a: Apsis / Abscissa
b: Ordinat / Ordinate



	apsis (x) the abscissa	ordinat (y) the ordinate
I. Bölge / Quadrant I.	+	+
II. Bölge / Quadrant II.	−	+
III. Bölge / Quadrant III.	−	−
IV. Bölge / Quadrant IV.	+	−

İKİ NOKTA ARASINDAKİ UZAKLIK
THE DISTANCE BETWEEN TWO POINTS

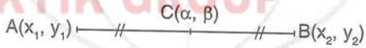


$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$

$$|AB|^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$\Rightarrow |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

ORTA NOKTA KOORDİNATLARI / THE MID-POINT COORDINATES

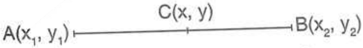


$$\alpha = \frac{x_1 + x_2}{2}, \qquad \beta = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

BİR DOĞRU PARÇASINI BELLİ ORANDA BÖLEN BİR NOKTANIN KOORDİNATLARI
THE COORDONATES of a POINT that DIVIDES a LINE SEGMENT into a CERTAIN RATIO

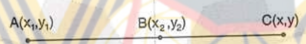
$$\frac{|CA|}{|CB|}=k,\ (k\in R)$$

i.



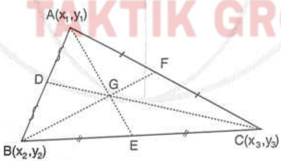
$$x=\frac{x_1+kx_2}{1+k} \quad \text{ve / and} \quad y=\frac{y_1+ky_2}{1+k}$$

ii.



$$x=\frac{x_1-kx_2}{1-k} \quad \text{ve / and} \quad y=\frac{y_1-ky_2}{1-k}$$

BİR ÜÇGENİN AĞIRLIK MERKEZİ / CENTER of the GRAVITY of a TRIANGLE

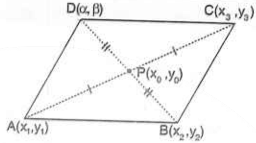


$|AD| = |DB|,\ |BE| = |EC|,\ |AF| = |FC|$

$A(x_1,y_1),\ B(x_2,y_2),\ C(x_3,y_3)$

$$\Rightarrow G(x,y)=\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

PARALELKENARDA DÖRDÜNCÜ KOŞENİN KOORDİNATLARI
THE COORDINATES of the FOURTH VERTEX of a PARALLELOGRAM



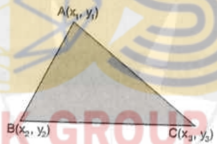
$|PD| = |PB|$ ve / and $|PA| = |PC|$

$$P(x_0, y_0) \Rightarrow x_0 = \frac{x_1 + x_3}{2} = \frac{\alpha + x_2}{2}$$

$$\Rightarrow y_0 = \frac{y_1 + y_3}{2} = \frac{\beta + y_2}{2},$$

$$\Rightarrow \alpha + x_2 = x_1 + x_3, \quad \beta + y_2 = y_1 + y_3$$

BİR ÜÇGENİN ALANI / AREA of a TRIANGLE



$$A(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2} \left| \begin{matrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{matrix} \right|$$

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2}$$

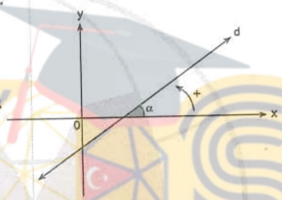
$$|x_1 \cdot y_2 + x_2 \cdot y_3 + x_3 \cdot y_1 - (x_2 \cdot y_1 + x_3 \cdot y_2 + x_1 \cdot y_3)|$$

BİR DOĞRUNUN EĞİMİ / SLOPE of a LINE

DOĞRUNUN EĞİMİ / THE SLOPE of a LINE

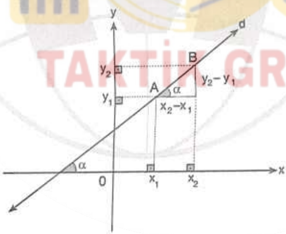
Düzlemde bir doğrunun eğimi, doğrunun x ekseni ile oluşturduğu pozitif yönlü açının tanjantıdır.

The slope of a line is the tangent of positive directed angle which it makes with x-axis.



Eğim / Slope $= m_d = \tan\alpha$

İKİ NOKTASI BİLİNEN DOĞRUNUN EĞİMİ
THE SLOPE of a LINE whose TWO POINTS are KNOWN



$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$

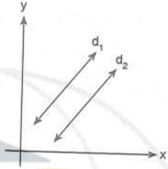
$$\text{Eğim / Slope} = m_d = \tan\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Önemli / Important

İki doğru birbirine paralel ise, eğimleri birbirine eşittir.

If two lines are parallel, their slopes are equal to each other.

$$d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow m_{d_1} = m_{d_2}$$



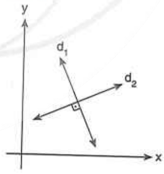
$d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow m_{d_1} = m_{d_2}$

Önemli / Important

İki doğru birbirine dik ise, eğimleri çarpımı –1'dir.

If two lines are perperdicular, then the product of their slopes is –1.

$$d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow m_{d_1} \cdot m_{d_2} = -1$$



$d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow m_{d_1} \cdot m_{d_2} = -1$

DOĞRU DENKLEMLERİ / LINE EQUATIONS

x ve y değişkenlerine bağlı, birinci dereceden her denklem bir doğru denklemidir.

Any first degree equation with two variables x and y is equation of a line.

$$d: ax + by + c = 0 \Rightarrow \text{Eğim / Slope } m_d = -\frac{a}{b}$$

$$d: y = mx + n \Rightarrow \text{Eğim / Slope } m_d = m$$

BİR NOKTASI VE EĞİMİ BİLİNEN DOĞRUNUN DENKLEMİ
THE EQUATION of a LINE whose ONE POINT and SLOPE are KNOWN

Eğim / Slope = m

$$\Rightarrow d: y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$$

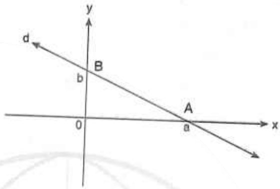
İKİ NOKTASI BİLİNEN DOĞRUNUN DENKLEMİ
THE EQUATION of a LINE whose TWO POINT are KNOWN

$$d = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

EKSENLERİ KESTİĞİ NOKTALARI BİLİNEN BİR DOĞRUNUN DENKLEMİ
THE EQUATION of a LINE whose POINTS of INTERSECTION with AXES are KNOWN

$A(a,0)$, $B(0,b)$

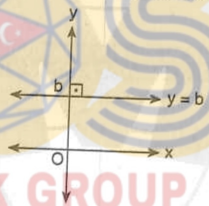
d: $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$



ÖZEL DOĞRU DENKLEMLERİ / THE SPECIAL LINE EQUATIONS

i. x ve y Eksenlerine Paralel Olan Doğruların Denklemi

Equation of the Lines Parallel to the Axis x and y

- 

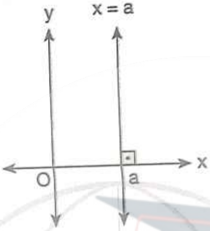
x eksenine paralel doğruların denklemi

$b \in R$ olmak üzere,

$y = b$ biçimindedir. Eğimleri sıfırdır.

$y = 0$ doğrusu x eksenini belirtir.

Providing that $b \in R$, the equation of a line parallel to the x – axis is $y = b$. The slope of such lines equals to zero. The line $y = 0$ coincides with the x – axis.

- 

y eksenine paralel doğruların denklemi

$a \in R$ olmak üzere, $x = a$ biçimindedir.

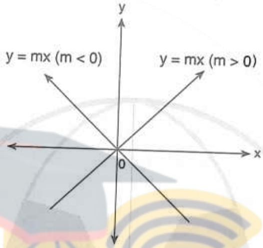
Eğimleri tanımsızdır.

$x = 0$ doğrusu y eksenini belirtir.

Providing that $a \in R$, the equation of a line parallel to the y – axis is $x = a$. The slope of such lines is undefined. The line $x = 0$ coincides with the y – axis.

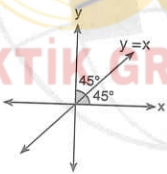
ii. Başlangıç Noktasından Geçen Doğruların Denklemi

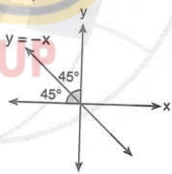
Equation of the Lines which passing through the origin



Örnek / Example

$\Downarrow$





y = x, 1. açıortay doğrusu. y = −x, 2. açıortay doğrusu.
y = x, first angle bisector line. y = −x, second angle bisector line.

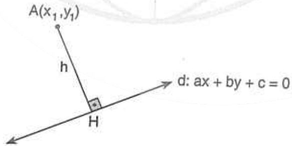
İKİ DOĞRU ARASINDAKİ AÇI / THE ANGLE BETWEEN TWO LINES

$$\theta = \beta - \alpha$$

$$\tan\theta = \tan(\beta - \alpha) = \frac{\tan\beta - \tan\alpha}{1 + \tan\beta \cdot \tan\alpha}$$

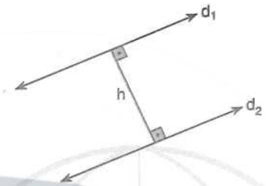
$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{m_{d_1} - m_{d_2}}{1 + m_{d_1} \cdot m_{d_2}}$$

BİR NOKTANIN BİR DOĞRUYA OLAN EN KISA UZAKLIĞI
THE SHORTEST DISTANCE of a POINT FROM a LINE



$$|AH| = h = \frac{|a \cdot x_1 + b \cdot y_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

PARALEL İKİ DOĞRU ARASINDAKİ UZAKLIK
THE DISTANCE BETWEEN TWO PARALLEL LINES



$d_1 \,//\, d_2,$

$d_1:\; ax + by + c_1 = 0$

$d_2:\; ax + by + c_2 = 0$

$$\Rightarrow h = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

BÖLÜM CHAPTER 14

ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ
ANALYTICAL ANALYSIS of CIRCLE

BÖLÜM / CHAPTER 14 .... 183 - 188

ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELEMESİ
ANALYTICAL ANALYSIS of CIRCLE

- Çemberin Analitik İncelenmesi / Analytical Analysis of Circle.. 185 - 188
  - Çemberin Denklemi / Equation of Circle............... 185
  - Özel Çemberler / The Special Circles........ 186 - 188

BÖLÜM 14 CHAPTER

ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ
ANALYTICAL ANALYSIS of CIRCLE

ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ / ANALYTICAL ANALYSIS of CIRCLE

ÇEMBER DENKLEMİ / EQUATION of CIRCLE

MERKEZİ ve YARIÇAPI BİLİNEN ÇEMBERİN STANDART DENKLEMİ / THE STANDARD EQUATION of a CIRCLE whose RADIUS and CENTER are KNOWN

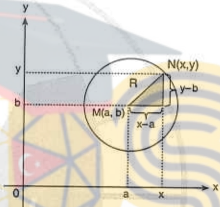
Merkez / The center : M(a, b)

Yarıçap / The radius: R

N(x, y) $\Rightarrow$ IMNI = R

$$\Rightarrow \sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2} = R$$

$$\Rightarrow (x-a)^2+(y-b)^2 = R^2$$



ÇEMBERİN GENEL DENKLEMİ / GENERAL EQUATION of a CIRCLE

$$\left.\begin{array}{l}\text{M(a, b): Merkez / center}\\ \text{R: yarıçap / radius}\end{array}\right\} \Rightarrow (x-a)^2+(y-b)^2=R^2$$

$$\left.\begin{array}{l}x^2+y^2-2ax-2by+a^2+b^2-R^2=0\\ -2a=D,\ -2b=E,\ a^2+b^2-R^2=F\end{array}\right\}$$

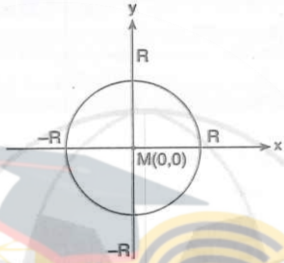
$$\Rightarrow x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$$

$$\Rightarrow \Delta = D^2+E^2-4F>0$$

$$\Rightarrow M\left(-\frac{D}{2},-\frac{E}{2}\right),\quad R=\frac{1}{2}\sqrt{\Delta}$$

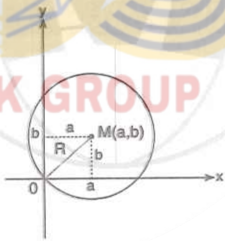
ÖZEL ÇEMBERLER / SPECIAL CIRCLES

MERKEZİ ORİJİN OLAN ÇEMBERİN DENKLEMİ
THE CIRCLE whose CENTER is the on ORIGIN



$$M(0, 0),\ r = R \Rightarrow (x-0)^2 + (y-0)^2 = x^2 + y^2 = R^2$$

BAŞLANGIÇ NOKTASINDAN GEÇEN ÇEMBER
THE CIRCLE PASSING THROUGH the ORIGIN



$$M(a, b),\ r = R \Rightarrow \quad R^2 = a^2 + b^2$$

$$F = a^2 + b^2 - R^2 = 0$$

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey = 0$$

MERKEZİ Ox EKSENİ ÜZERİNDE OLAN ÇEMBER
THE CIRCLE whose CENTER LIES on the Ox-AXIS

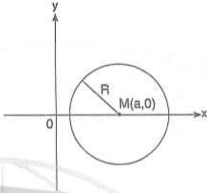
$M(a, 0)$, $r = R$

$\Rightarrow (x-a)^2 + (y-0)^2 = R^2$

$(x-a)^2 + y^2 = R^2$

$Ey = 0$, $F = a^2 - R^2$

$x^2 + y^2 + Dx + F = 0$



MERKEZİ Oy EKSENİ ÜZERİNDE OLAN ÇEMBER
THE CIRCLE whose CENTER LIES on the Oy-AXIS

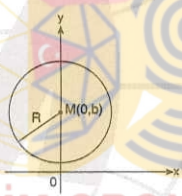
$M(0, b)$, $r = R$

$\Rightarrow (x-0)^2 + (y-b)^2 = R^2$

$x^2 + (y-b)^2 = R^2$

$Dx = 0$, $F = b^2 - R^2$

$x^2 + y^2 + Ey + F = 0$



Ox EKSENİNE TEĞET OLAN ÇEMBER
THE CIRCLE TANGENT to the Ox-AXIS

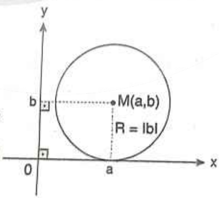
$M(a, b)$, $R = |b|$

$\Rightarrow (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = b^2$

$F = a^2 + b^2 - R^2 \Rightarrow F = a^2$

$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$



Oy EKSENİNE TEĞET OLAN ÇEMBER
THE CIRCLE TANGENT to the Oy-AXIS

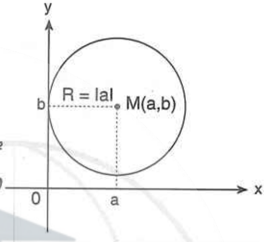
M(a, b) , R = |a|

$\Rightarrow (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = a^2$

$F = a^2 + b^2 - R^2 \Rightarrow F = b^2$

$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$



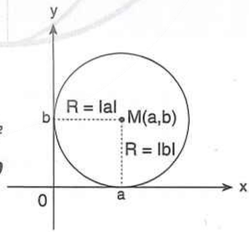
HER İKİ EKSENE TEĞET OLAN ÇEMBER
THE CIRCLE TANGENT to BOTH the AXES

M(a, b) , R = |a| = |b|

$\Rightarrow (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$

$F = a^2 + b^2 - R^2 \Rightarrow F = R^2$

$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$



BÖLÜM CHAPTER 15

KATI CİSİMLER SOLIDS

BÖLÜM / CHAPTER 15 ....189 - 206

KATI CİSİMLER
SOLIDS

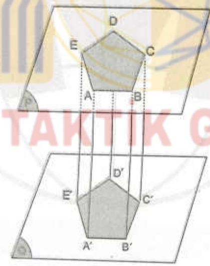
- Katı Cisimler / Solids..191 - 206
  - Prizmalar / Prisms..191 - 194
  - Dikdörtgenler Prizması / Rectangular Prisms..195 - 196
  - Kare Dik Prizma / Square Right Prism....................196
  - Küp / Cube..197
  - Silindir / Cylinder..198 - 199
  - Piramit / Pyramid..200 - 202
  - Dik Koni / Right Cone..203 - 205
  - Küre / Sphere..206

KATI CİSİMLER / SOLIDS

Tanım: Üç boyutlu (uzunluk–genişlik–yükseklik) cisimlere **katı cisim** denir. Katı cisim; uzayda yer kaplama ile ilgili olup bu, hacim kavramı ile ifade edilir.

Definition: A three–dimensional (length–width–height) object is called a **solid object**. Solid object is conserned with space occupation, and expressed with the concept of volume.

PRİZMALAR / PRISMS



P ve Q paralel iki düzlemdir. Alt ve üst tabanları paralel eş şekillerden oluşan cisimlere ***prizma*** denir. ABCDE A′B′C′D′E′ prizmasında ABCDE ve A′B′C′D′E′ çokgensel bölgelerine ***prizmanın tabanları*** denir.

Prizmaların tabanları eş ve paralel bölgelerdir. Prizmalar, taban biçimlerine göre adlandırılır. Üçgen prizma, kare prizma, ...

The parallel planes P and Q given in the figure, object formed with parallel congruent figures as top and bottom bases are called prisms. For the prism ABCDE A′B′C′D′E′, the polygonal areas ABCDE and A′B′C′D′E′ are named the ***bases of the prism.***

The bases of prisms are congruent and parallel regions. Prisms are named according to shape of their bases. Triangle prism, square prism, ...

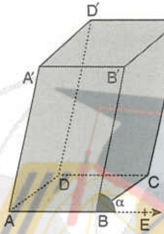
PRİZMA ÇEŞİTLERİ / TYPES of PRISMS

- Prizmalarda yan yüzeyleri birleştiren ayrıtlara ***yanal ayrıt*** denir.

  The edges which connect side faces of prisms are called ***lateral edges***.

1. **Eğik Prizma:** Yanal ayrıtları taban düzlemine dik olmayan prizmadır.

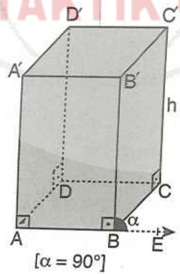
Oblique Prism: The prism whose lateral edges are not perpendicular to the base plane is called an oblique prism.



[$\alpha \neq 90°$]

2. **Dik Prizma:** Yanal ayrıtları taban düzlemine dik olan prizmadır.

Right Prism: The prism whose lateral edges are perpendicular to the base plane is called a right prism.



[$\alpha = 90°$]

◆ Bir prizmanın iki taban düzlemi arasındaki uzaklığa bu **prizmanın yüksekliği** denir.

The distance between two base planes of the prism is called **the height of the prism.**

◆ Bir dik prizmada yükseklik uzunluğu, yanal ayrıt uzunluğuna eşittir.

In a right prism, the height length is equal to the length of its lateral edge.

◆ ABCDA′B′C′D′ dik prizmasında [AA′], [BB′], [CC′], [DD′] uzunlukları hem yanal ayrıt hem de yüksekliktir.

In ABCD A′B′C′D′ which is a right prism, [AA′], [BB′], [CC′], [DD′] are both heights and lateral edges.

◆ **Dik Prizmanın Yanal Alanı /** Lateral Area of a Right Prism (A_Y)

Yanal alan / Lateral Area = (Taban Çevresi / Base Perimeter)·(Yükseklik / Height)

◆ **Dik Prizmanın Alanı /** Area of a Right Prism (A)

Bütün Alan / Total Area = (Yanal Alan / Lateral Area) + 2·(Taban Alan / Base Area)

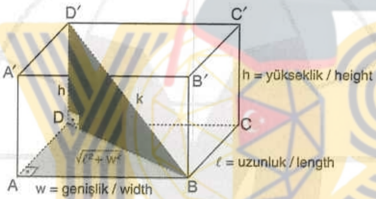
◆ **Dik Prizmanın Hacmi** / Volume of a Right Prism (V)

Hacim / Volume = (Taban Alanı / Base Area)·(Yükseklik / Height)

DİKDÖRTGENLER PRİZMASI / RECTANGULAR PRISM

Tanım: Bir dikdörtgenler prizması, **yüzey** olarak adlandırılan 6 dikdörtgen ile biçimlendirilmiş katı cisimdir. Dikdörtgenlerin kenarları, **kenarlar** olarak adlandırılır.

Definition: A rectangular prism is a solid formed by six rectangles, called **faces**. The sides of the rectangles are called **edges**.



Dikdörtgenler prizmasının / Rectangular prism's:

1. **Cisim köşegeni / Body diagonal** (K):

$$k = \sqrt{\ell^2 + w^2 + h^2} = |BD'|$$

2. **Alan / Area:** (A) = $2(w \cdot \ell + \ell \cdot h + w \cdot h)$

3. **Hacim / Volume:** (V) = $\ell \cdot w \cdot h$

Önemli / Important

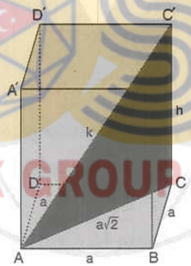
Prizmanın birbirine en uzak iki noktasını birleştiren doğru parçasına **cisim köşegeni** denir.

A line segment whose endpoints are two most distant corners of the prism is called **body diagonal**.

KARE DİK PRİZMA / THE SQUARE RIGHT PRISM

Tanım: Tabanları iki eş kareden, yan yüzü 4 eş dikdörtgenden oluşan prizmadır.

Definition: It is a prism with two bases of which are equal squares and four faces which are rectangles.



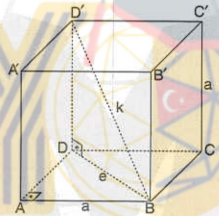
Kare dik prizmanın / Square Right Prism's:

1. Hacmi / Volume (V) = $a^2 \cdot h$
2. Yanal alanı / Lateral area (y) = $4 \cdot a \cdot h$
3. Bütün alanı / Total Area (A) = $2 \cdot a^2 + 4ah$
4. Cisim köşegeni / Body diagonal (k) = $\sqrt{2 \cdot a^2 + h^2}$

KÜP / CUBE

Tanım: Uzunluğu, genişliği ve yüksekliği eşit, dolayısıyla tüm kenarları eşit uzunlukta olan dikdörtgensel katı cisme **küp** denir.

Definition: A rectangular solid whose length, width and height are equal, and therefore, all the edges have the same length is called a **cube**.



1. Yüzey köşegeni / The face diagonal (e) = $a\sqrt{2}$
2. Cisim köşegeni / The body diagonal (k) = $a\sqrt{3}$
3. Alan / The area (A) = $6a^2$
4. Hacim / The volume (V) = a^3

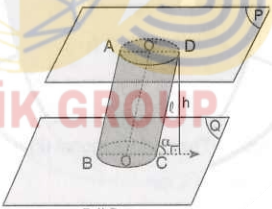
SİLİNDİR / CYLINDER

Tanım: Bir prizmanın tabanları daire olarak seçilirse silindir meydana gelir.

Definition: If the base shapes of a prism are circular regions, then the formed solid is called a **cylinder**.

1. **Eğik Silindir:** Ana doğrusu (ℓ) taban düzlemine dik olmayan silindirdir.

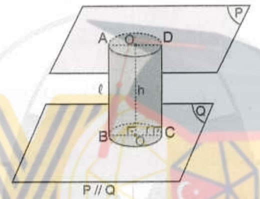
   The Oblique Cylinder: If the axis of a cylinder (the line throught the centre of the circle) is not perpendicular to its base plane, then it is called an oblique cylinder.



P // Q

2. Dik Silindir : Ana doğrusu (ℓ) taban düzlemine dik olan silindirdir.

The Right Cylinder: If the axis of a cylinder is perpendicular to the plane of the base, then it is called a right cylinder.

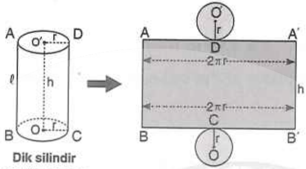


Dik silindirin / Right Cylinder's:

1. Taban alanı / Base area (G) = πr^2
2. Yanal alanı / Lateral surface area (A_y) = $2\pi rh$
3. Tüm alanı / Total Area

   (A) = $2 \cdot \pi r^2 + 2 \cdot \pi rh = 2 \cdot \pi r(r + h)$
4. Hacmi / Volume (V) = $G \cdot h = \pi r^2 \cdot h$

Önemli / Important



Dik silindir
Right cylinder

Dik silindirin açılımı
Net view of right cylinder

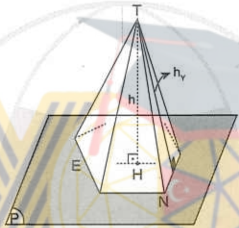
[ABCD bir dikdörtgendir.]
[ABCD is a rectangle.]

PİRAMİT / PYRAMID

Tanım: Bir P düzleminde, E çokgensel bölgesi ile düzlemin dışında bir T noktası verilmiş olsun. N ∈ (E) koşulu ile [TN] doğru parçalarının birleşim kümesine **piramit** denir. Piramitler; üçgen dik piramit, kare dik piramit, dikdörtgen dik piramit, ... şeklinde adlandırılır. T noktası piramitin tepe noktası, E çokgensel bölgesi **piramidin tabanı** olup tepe noktasının taban düzlemine uzaklığına **piramidin yüksekliği** denir.

Definition: Let a polygonal region E in the plane P and a point T out of the plane P be given. Stating that N ∈ (E), the set formed by the combination of the line segments [TN] that joined the point T with all the points of the polygon is called a **pyramid**. Pyramids are named as triangular right pyramid, square right pyramid, rectangular right pyramid, ... Point T is the apex of the pyramid. The polygonal region E is the **base of the pyramid.**

The altitude of a pyramid is the straight line segment from the apex perpendicular to its base.



Piramidin / Pyramid's **:**

1. Taban Çevresi / Base Perimeter: $Ç_T$
2. Taban Alanı / Base Area: G
3. Yanal Alanı / Lateral Surface Area: A_Y
4. Tüm Alanı / Total Area: A
5. Yüksekliği / Height: h
6. Yanal Yüz Yüksekliği / Height of lateral face: h_Y
7. Hacmi / Volume: V

DÜZGÜN PİRAMİT / REGULAR PYRAMID

- Tabanı düzgün çokgen olan ve yüksekliği tabanın ağırlık merkezinden geçen piramite düzgün piramit denir. Düzgün piramidin yan yüzleri eş ikizkenar üçgenlerdir.
  If the base of a pyramid is a regular polygon and if the axis of it passes through the center of gravity of the base, then it is called a regular pyramid. The lateral faces of a regular pyramid are isosceles triangles.

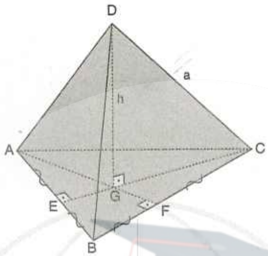
Düzgün piramidin / Regular pyramid's :

1. **Yanal Alanı** / Lateral Surface Area **(A_Y) =** $\frac{1}{2} \cdot Ç_T \cdot h_Y$
2. **Tüm Alanı** / Total Area **(A) =** $G + A_Y$
3. **Hacim** / Volume **(V) =** $\frac{1}{3} \cdot G \cdot h$

DÜZGÜN DÖRTYÜZLÜ / THE REGULAR TETRAHEDRON

Tanım: Bütün yüzeyleri eşkenar üçgen olan üçgen dik piramide **düzgün dörtyüzlü** denir.

Definition: A pyramid whose all faces are equilateral triangles is called **regular tetrahedron**.



$|DC| = a,\ |DH| = h$

Yükseklik / Height **(h)** = $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

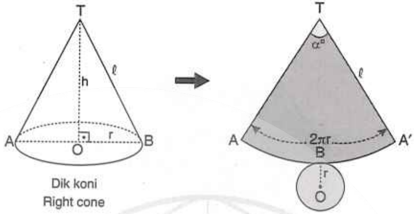
Bütün Alan / Total Area **(A)** = $4 \cdot \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = a^2 \cdot \sqrt{3}$

Hacim / Volume **(V)** = $\dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \dfrac{a\sqrt{6}}{3} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$

DİK KONİ / RIGHT CONE

Tanım: Bir daire düzlemi ile düzlemin dışında bir T noktası verilsin. T noktasını daire düzleminin tüm noktaları ile birleştiren doğru parçalarının birleşim kümesine ***koni*** denir. Dik üçgenin bir dik kenarı etrafında döndürülerek elde edilen koniye ***dik koni*** denir.

Definition: Let a circular region in a plane and a point T out of this plane be given. The set formed by the combination of the line segments that joined the point T with all the points of the circular region is called a ***cone***. The cone formed by rotating a right triangle around one of its legs called a **right cone.**



Dik koni
Right cone

Dik koninin açılımı
Net view of right cone

Dik koninin / Right Cone's :

1. Taban yarıçapı / The base radius (r)

   Ana doğrusu / The generatrix (ℓ)

   Yüksekliği / The height (h)

$$\Downarrow$$

$$\ell^2 = h^2 + r^2$$

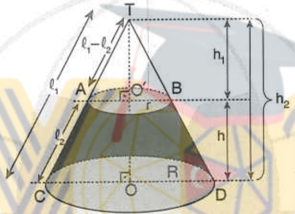
2. Taban alanı / The base area (G) = $\pi \cdot r^2$
3. Yanal alanı / The lateral area (A_Y) = $\dfrac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \ell}{2} = \pi \cdot r \cdot \ell$
4. Toplam alanı / The total area

   (A) = $A_Y + G = \pi \cdot r \cdot \ell + \pi \cdot r^2 = \pi \cdot r(\ell + r)$
5. Hacmi / The volume (V) = $\dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$

KESİK KONİ / CONICAL FRUSTUM

Tanım: Bir dik koni tabanına paralel bir düzlemle kesildiğinde taban ile düzlem arasında kalan cisme ***kesik koni*** denir.

Definition: The solid staying in between the base and the plane when a cone gets cut by a plane parallel to the base plane is called a ***conical frustum.***



Yanal Alan / The lateral area (A_Y) =

$$\frac{2\cdot\pi\cdot R\cdot\ell_1}{2}-\frac{2\cdot\pi\cdot r\cdot(\ell_1-\ell_2)}{2}=\pi\cdot R\cdot\ell_1-\pi\cdot r\cdot\ell_1+\pi\cdot r\cdot\ell_2$$

Hacmi / The volume (V) =

$$V_{(T,COD)}-V_{(T,AO'B)}=\frac{\pi\cdot R^2\cdot h_2}{3}-\frac{\pi\cdot r^2\cdot h_1}{3}$$

$$\underbrace{\frac{r}{R}=\frac{h_1}{h_2}=k}$$

[Konilerin benzerlik oranı / Cones' ratio of similitude]

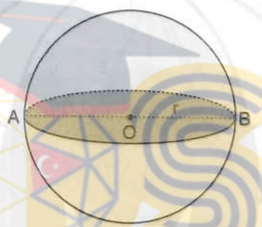
$$\underbrace{\frac{V_{(T,AO'B)}}{V_{(T,COD)}}=k^3}$$

[Hacimlerin benzerlik oranı / Volumes' ratio of similitude]

KÜRE / SPHERE

Tanım: Uzayda sabit bir noktaya (merkez) eşit uzaklıkta bulunan noktaların kümesine ***küre*** denir.

Definition: In the space, the set of all points that are located at a constant distance from a fixed point (the center) is called a ***sphere***.



O noktası kürenin merkezi, |OB| = r yarıçaptır.

O is the center of the sphere, |OB| = r is the radius.

Yüzey Alanı / Surface Area (A) = $4 \cdot \pi \cdot r^2$

Hacim / Volume (V) = $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

BÖLÜM CHAPTER 16

VEKTÖRLER / VECTORS

BÖLÜM / CHAPTER 16 ....207 - 222

VEKTÖRLER / VECTORS

- Yönlü Doğru Parçası / Directed Line Segment........209
- Düzlemde Vektörler / Vectors in Plane............210 - 218
  - Vektörün Tanımı / Definition of a Vector.....210 - 211
  - Konum Vektörü / Position Vector.............212 - 213
  - Bir Vektörün Uzunluğu (Normu) / The Length (Norm) of a Vector.................................213
  - Vektörlerde Toplama ve Çıkarma / Addition and Subtraction in Vectors................214 - 215
  - Bir Vektörün Bir Skaler ile Çarpımı / Product of a Vector a Scalar...........................215 - 216
  - Vektörlerin Skaler (İç) Çarpımı / Scalar (Inner) Product of Two Vectors...........216 - 217
  - Birim Vektör / Unit Vector.....................................218
  - Paralel Vektörler / Parallel Vectors.......................218
- Uzayda Vektörler / Vectors in Space..............219 - 222
  - Uzayda Vektörlerin Uzunluğu (Normu) / The (Length) Norm of Vectors in Space......................220
  - Uzayda Vektörlerin Bir Skaler İle Çarpımı / The Product of a Vector and a Scalar in Space......220
  - Uzayda Vektörlerin Kümesinde Toplama İşlemi / Addition in the Set of Vectors in Space....................221
  - Uzayda Vektörlerin Skaler (İç) Çarpımı / Scalar (Inner) Product of Vectors in Space.................221
  - Uzayda İki Vektör Arasındaki Açı / Angle Between Two Vectors in Space......................222
  - Uzayda Dik Vektörler / Perpendicular Vectors in Space...............................222
  - Uzayda Paralel Vektörler / Parallel Vectors in Space..222

BÖLÜM 16 CHAPTER

VEKTÖRLER
VECTORS

YÖNLÜ DOĞRU PARÇASI / DIRECTED LINE SEGMENT

Tanım: Başlangıç noktası A, bitim noktası B olarak belirtilen bir doğru parçasına **yönlü doğru parçası** denir.

Definition: A line segment whose initial and ending (terminal) points are stated respectively as A and B is called a **directed line segment**.

Şekildeki yönlü doğru parçası $\overrightarrow{AB}$ ile gösterilir.

The directed line segment in the figure is denoted by $\overrightarrow{AB}$.

Önemli / Important

- A ve B noktaları arasındaki uzaklık, $\overrightarrow{AB}$ yönlü doğru parçasının uzunluğu olup $|\overrightarrow{AB}|$ ile gösterilir.

  The distance between the points A and B is the length of directed line segment $\overrightarrow{AB}$ and is denoted by $|\overrightarrow{AB}|$.

- $\overrightarrow{AA}$ yönlü doğru parçasının uzunluğu sıfır olup, yönü ve doğrultusu belirsizdir.

  The length of directed line segment $\overrightarrow{AA}$ is zero, and its direction is uncertain.

DÜZLEMDE VEKTÖRLER / VECTORS in PLANE

VEKTÖRÜN TANIMI / DEFINITION of a VEKTOR

Düzlemde tüm yönlü doğru parçalarının kümesi K olsun.
Let K be the set of all directed line segments in the plane.

1. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD} \in K$
2. $\overrightarrow{AB}$ ile $\overrightarrow{CB}$ aynı doğrultulu ve aynı yönde
   $\overrightarrow{AB}$ and $\overrightarrow{CD}$ are directed in the same direction.
3. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$

$\Updownarrow$

$\overrightarrow{AB}$ ile $\overrightarrow{CD}$ eştir.
$\overrightarrow{AB}$ and $\overrightarrow{CD}$ are equivalet.

$\overrightarrow{AB}$ ile $\overrightarrow{CD}$ nin eşliği, $\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{CD}$ ile gösterilir.

K kümesinde tanımlanan "≅" eşlik bağıntısı bir denklik bağıntısıdır. Bu denklik bağıntısının K kümesinde ayırdığı denklik sınıflarının her birine **vektör** denir.

Yönlü doğru parçaları olarak $\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{CD}$ ise $\overrightarrow{AB}$ ve $\overrightarrow{CD}$ vektörlerinin eşitliği $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ ile gösterilir. $\overrightarrow{AA}$ vektörüne $\overrightarrow{0}$ (sıfır) vektörü denir.

The equivalence of $\overrightarrow{AB}$ and $\overrightarrow{CD}$ is represented by $\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{CD}$.

Therefore, the relation "≅" is defined as an equivalence relation in the set K. We call each equivalence classes in the set K separated by the relation defined above as a **vector**.

If $\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{CD}$ as directed line segments then we represent the equality of vectors AB and CD by $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. The vector $\overrightarrow{AA}$ is called the zero vector and denoted by $\overrightarrow{0}$

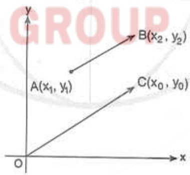
KONUM VEKTÖRÜ / POSITION VECTOR

- $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AB}$ ise $\overrightarrow{OC}$ yönlü doğru parçasına ***$\overrightarrow{AB}$ vektörünün konum vektörü*** denir. Her vektörün bir ve yalnızca bir konum vektörü vardır. $\overrightarrow{AB}$ nin konum vektörü olan $\overrightarrow{OC}$ vektörü $\overrightarrow{C}$ ile gösterilir.

$\overrightarrow{C}$ vektörünün; $\overrightarrow{C} = (x_0, y_0)$, $\overrightarrow{C} = [x_0, y_0]$, $\overrightarrow{C} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$ şeklinde gösteriliş biçimleri vardır.

If $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AB}$ then $\overrightarrow{OC}$ is called the **position vector of $\overrightarrow{AB}$.** Each vector is represented by one and only one position vector. The vector $\overrightarrow{OC}$ which is position vector of $\overrightarrow{AB}$ is represented by $\overrightarrow{C}$

The vector $\overrightarrow{C}$ may be denoted by the followings: $\overrightarrow{C} = (x_0, y_0) = \overrightarrow{C} = [x_0, y_0]$, $\overrightarrow{C} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$



◆ $A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ ve $\overrightarrow{AB}$ nin konum vektörü $\overrightarrow{C}$ dir.

$A(x_1, y_1)$ and $B(x_2, y_2)$ and $\overrightarrow{C}$ is the position vector of $\overrightarrow{AB}$.

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{C} = (x_2 - x_1,\ y_2 - y_2)$

$\Leftrightarrow |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{C}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

VEKTÖRLERDE EŞİTLİK / EQUALITY of VECTORS

$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{A} = (x_1, y_1) \\ \overrightarrow{A} = \overrightarrow{B} \end{array}\right\} \Leftrightarrow x_1 = x_2 \text{ ve / and } y_1 = y_2$$

BİR VEKTÖRÜN UZUNLUĞU (NORMU) THE LENGTH (NORM) of a VECTOR

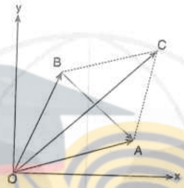
$\overrightarrow{A} = (m, n)$ vektörünün uzunluğu, $|\overrightarrow{A}|$ ile gösterilir.

The length of $\overrightarrow{A} = (m, n)$ is denoted by $|\overrightarrow{A}|$.

$$|\overrightarrow{A}| = \sqrt{m^2 + n^2} \text{ br (u)}$$

VEKTÖRLERDE TOPLAMA ve ÇIKARMA
ADDITION and SUBTRACTION in VECTORS

◆ Şekildeki grafikte $\overrightarrow{OA}$ ile $\overrightarrow{OB}$ vektörleri üzerine kurulmuş paralel kenar görülmektedir. $\overrightarrow{OC}$ vektörüne **$\overrightarrow{OA}$ ile $\overrightarrow{OB}$ vektörlerinin toplamı** denir.



In the figure a parallelogram that is constructed on the vectors $\overrightarrow{OA}$ and $\overrightarrow{OB}$ is shown. Here, $\overrightarrow{OC}$ is **sum of the vectors $\overrightarrow{OA}$ and $\overrightarrow{OB}$**.

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

$\overrightarrow{BA}$ vektörüne **$\overrightarrow{OA}$ vektörü ile $\overrightarrow{OB}$ vektörünün farkı** denir.

$\overrightarrow{BA}$ is called **the difference of vector $\overrightarrow{OB}$ from vector $\overrightarrow{OA}$.**

$$\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$$

$$\overrightarrow{BA} = \vec{A} - \vec{B}$$

VEKTÖRLERDE TOPLAMA İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ
PROPERTIES of ADDITION OPERATION in VECTORS

1. $\vec{A} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{A} = \vec{A}$

2. $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$

3. $\vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C}$

4. $\vec{A} + (-\vec{A}) = \vec{0}$

BİR VEKTÖRÜN BİR SKALER İLE ÇARPIMI
PRODUCT of a VECTOR and a SCALAR

$\overrightarrow{AB}$ ile $\overrightarrow{AC}$ vektörü aynı doğrultulu ve aynı yönlü olsun.

Let $\overrightarrow{AB}$ and $\overrightarrow{AC}$ be directed in the same direction.

★ $r \in R^+$, $r \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$

★ $|\overrightarrow{AC}| = |r \cdot \overrightarrow{AB}| = |r| \cdot |\overrightarrow{AB}|$

★ $0 \cdot |\overrightarrow{AB}| = \vec{0}$

★ $r \cdot \vec{0} = \vec{0}$

$\overrightarrow{AB}$ ile $\overrightarrow{AC}$ aynı doğrultulu zıt yönlü olsun.

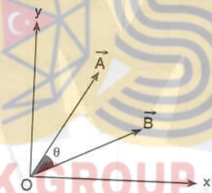
Let $\overrightarrow{AB}$ and $\overrightarrow{AC}$ be directed in the opposite direction.

★ $r \in R^-$ ve / and, $r \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$

★ $0 \cdot |\overrightarrow{AB}| = \overrightarrow{0}$

★ $r \cdot \overrightarrow{0} = \overrightarrow{0}$

VEKTÖRLERİN SKALER (İÇ) ÇARPIMI
SCALAR (INNER) PRODUCT of TWO VECTORS



$\overrightarrow{A}$ ile $\overrightarrow{B}$ vektörlerinin skaler çarpımı aşağıdaki şekilde tanımlanır.

The scalar product of vectors $\overrightarrow{A}$ and $\overrightarrow{B}$ is defined as the following.

$\Rightarrow$ $< A, B > = \overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{B} = |\overrightarrow{A}| \cdot |\overrightarrow{B}| \cdot \cos\theta$

$\Rightarrow$ $\overrightarrow{A} = (x_1, y_1)$ ve $\overrightarrow{B} = (x_2, y_2) \Rightarrow \overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{B} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$

VEKTÖRLERİN SKALER ÇARPIMININ ÖZELLİKLERİ
PROPERTIES of SCALAR PRODUCT of VECTORS

1. $\vec{A} \cdot \vec{A} = |\vec{A}|^2$

2. $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$

3. $\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} \cdot \vec{B}) + (\vec{A} \cdot \vec{C})$

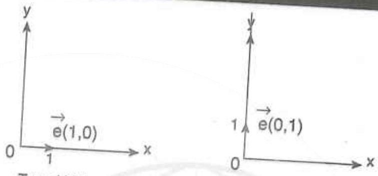
4. $\vec{A} \cdot \vec{A} = \vec{0} \Rightarrow \vec{A} = \vec{0}$

5. $\vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{0}$

6. $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{A} \cdot \vec{C} \Rightarrow \vec{B} = \vec{C}$ veya / or $\vec{A} = 0$

7. $(\vec{A} \cdot \vec{B})^2 \leq |\vec{A}|^2 \cdot |\vec{B}|^2$

BİRİM VEKTÖR / UNIT VECTOR



Temel birim vektörlerin koordinat sisteminde gösterimi
The notation of basic unit vectors in coordinate system

$|\vec{A}| = 1$ ise $\vec{A}$ vektörüne ***birim vektör*** denir.

If $|\vec{A}| = 1$ then $\vec{A}$ is called the **unit vector.**

- $\vec{A} = (x_1, y_1)$ vektörü ile aynı doğrultu ve yöndeki birim vektör:

  A unit vector in same direction with the vector $\vec{A} = (x_1, y_1)$:

$$\vec{I} = \frac{1}{|\vec{A}|} \cdot \vec{A}$$

PARALEL VEKTÖRLER / PARALLEL VECTORS

$\overrightarrow{AB} \,//\, \overrightarrow{CD} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{CD}$ $(k \in R,\ k \neq 0)$

$\Rightarrow \vec{A} = (a, b)$, $\vec{B} = (c, d)$ ve / and $m_A = m_B$, $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

UZAYDA VEKTÖRLER / VECTOS in SPACE

- $R \times R \times R = R^3 = \{(x, y, z) \mid x, y, z \in R\}$ kümesi üç boyutlu Öklit uzayıdır. R^3 te, vektörlerin başlangıç noktası $O(0, 0, 0)$ alınırsa uzayın her (a, b, c) noktasına, başlangıç noktası $O(0, 0, 0)$, bitim noktası (a, b, c) olan $\vec{U} = [a, b, c]$ vektörü karşılık gelir. Bu nedenle, her (a, b, c) sıralı üçlüsü bir vektör olarak düşünülebilir.

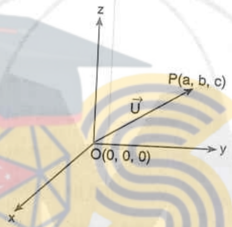
  $R \times R \times R = R^3 = \{(x, y, z) \mid x, y, z \in R\}$ is the set representing the three–dimensional Euclidean Space. In R^3, if the initial point of vectors is taken as $O(0,0,0)$ each point (a, b, c) will correspond to a vector $\vec{U} = [a, b, c]$ with the initial point $O(0,0,0)$ and the terminal point (a,b,c). Hence, each ordered triple (a,b,c) of R^3. Hence, each ordered triple (a,b,c) can be determined as a vector.

- Bir $\vec{U} = [a, b, c]$ vektörü geometrik olarak, $O(0, 0, 0)$ orijin noktasını $P(a, b, c)$ noktasına birleştiren yönlü doğru parçasıyla gösterilebilir. a, b, c sayılarına $\vec{U} = [a, b, c]$ **vektörünün bileşenleri** denir.

  Geometrically, a vector $\vec{U} = [a, b, c]$ may be represented by a directed line segment that connects the origin $O(0, 0, 0)$ with $P(a, b, c)$. Here the numbers a,b,c are called the **vector** $\vec{U} = (a, b, c)$.

- Başlangıç noktası $A(x_1, y_1, z_1)$, bitim noktası $B(x_2, y_2, z_2)$ olan vektör de $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$ biçiminde bir sıralı üçlü ile gösterilebilir.

The vector with initial point $A(x_1 , y_1 , z_1)$ and with terminal point $B(x_2 , y_2 , z_2)$ may be shown by the ordered triple $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1 , y_2 - y_1 , z_2 - z_1)$.



UZAYDA VEKTÖRLERİN UZUNLUĞU (NORMU)
THE (LENGTH) NORM of VECTORS in SPACE

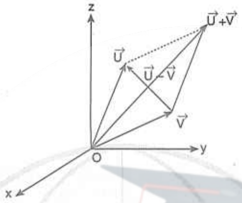
$\vec{U} = [a, b, c]$ ise, $\| \vec{U} \| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ sayısına $\vec{U}$ ***vektörünün uzunluğu (normu)*** denir.

Let $\vec{U} = [a, b, c]$. The number $\| \vec{U} \| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ is called ***the length (norm) of the vector*** $\vec{U}$.

UZAYDA VEKTÖRLERİN BİR SKALER İLE ÇARPIMI
THE PRODUCT of a VECTOR and a SCALAR in SPACE

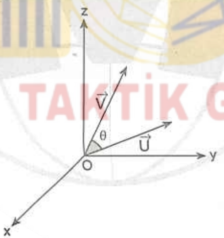
$k \in R$ ve / and $\vec{U} = [a, b, c] \Rightarrow k \cdot \vec{U} = [k \cdot a, k \cdot b, k \cdot c]$

UZAYDA VEKTÖRLER KÜMESİNDE TOPLAMA İŞLEMİ
ADDITION in the SET of VECTORS in SPACE



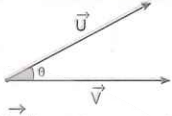
$$\left.\begin{array}{l}\vec{U}=[x_1, y_1, z_1]\\ \vec{V}=[x_2, y_2, z_2]\end{array}\right\} \begin{array}{l}\Rightarrow \vec{U}+\vec{V}=[x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2]\\ \Rightarrow \vec{U}-\vec{V}=[x_1-x_2, y_1-y_2, z_1-z_2]\end{array}$$

UZAYDA VEKTÖRLERİN SKALER (İÇ) ÇARPIMI
SCALAR (INNER) PRODUCT of VECTORS in SPACE



$$\left.\begin{array}{l}\vec{U}=(x_1, y_1, z_1)\\ \vec{V}=(x_2, y_2, z_2)\end{array}\right\} \begin{array}{l}\Rightarrow \vec{U}\cdot\vec{V}=x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2\\ \Rightarrow \vec{U}\cdot\vec{V}=\|\vec{U}\|\cdot\|\vec{V}\|\cdot\cos\theta\end{array}$$

UZAYDA İKİ VEKTÖR ARASINDAKİ AÇI
ANGLE BETWEEN TWO VECTORS in SPACE

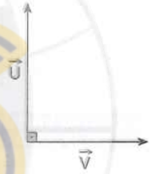


$$\vec{U} \cdot \vec{V} = \|\vec{U}\| \cdot \|\vec{V}\| \cdot \cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{\vec{U} \cdot \vec{V}}{\|\vec{U}\| \cdot \|\vec{V}\|}$$

UZAYDA DİK VEKTÖRLER / PERPENDICULAR VECTORS in SPACE

- $\vec{U} \perp \vec{V} \Rightarrow \theta = 90°$ ***(cos90° = 0)***

$$\frac{\vec{U} \cdot \vec{V}}{\|\vec{U}\| \cdot \|\vec{V}\|} = 0 \Rightarrow \boldsymbol{\vec{U} \cdot \vec{V} = 0}$$

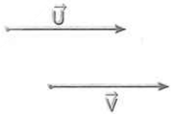


- $\vec{U} = [x_1, y_1, z_1]$, $\vec{V} = [x_2, y_2, z_2]$

$$\boldsymbol{U \perp \vec{V} \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 = 0}$$

UZAYDA PARALEL VEKTÖRLER / PARALLEL VECTORS in SPACE

$$\left.\begin{array}{l} \vec{U} \,/\!/\, \vec{V} \Rightarrow \theta = 0° \\ \vec{U} = [x_1, y_1, z_1] \\ V = [x_2, y_2, z_2] \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{U} = k \cdot \vec{V},$$



$$[x_1, y_1, z_1] = [k \cdot x_2, k \cdot y_2, k \cdot z_2]$$

$$k = \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

$$\boldsymbol{\vec{U} \,/\!/\, \vec{V} \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}}$$